

## RESISTENZA AL TAGLIO

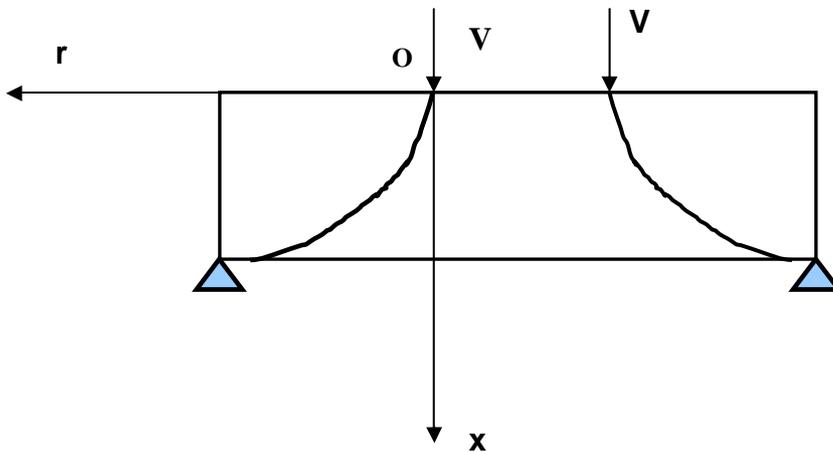
La rottura per taglio si manifesta, come quelle per punzonamento e pullout, con un meccanismo di trazio-scorrimento. Come le altre, essa avviene in maniera improvvisa ed è, quindi, di tipo fragile.

### *Travi in semplice conglomerato*

Per questo tipo di travi, la rottura per taglio si manifesta quando il rapporto luce/altezza è basso, e cioè in presenza di travi tozze; altrimenti, la rottura si manifesta per flessione con superfici di rottura normali all'asse della trave.

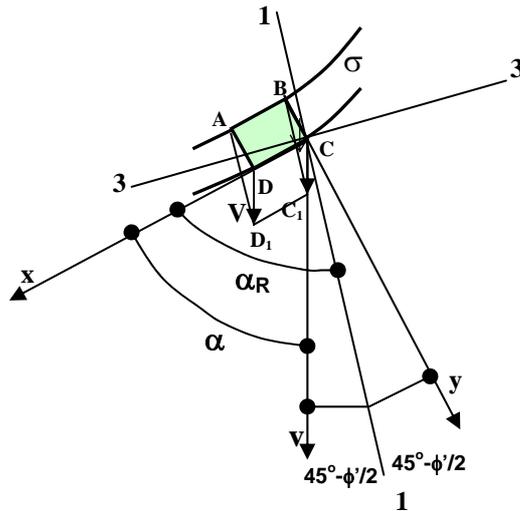
Consideriamo una trave tozza vincolata agli estremi, con incastri o appoggi, caricata simmetricamente con due carichi concentrati. Per essa, l'esperienza mostra che il profilo della superficie di rottura a taglio è rettilineo e parte dai punti di carico fino ai vincoli di estremità.

Per giungere alla formulazione del carico di rottura, procederemo, anche questa volta, in maniera analoga al caso della rottura per punzonamento.



### *Ipotesi*

Assumiamo:  
un meccanismo di rottura rigido-plastico prodotto da un campo di spostamenti uniforme;  
il profilo di rottura curvo; ciò ignorando la realtà sperimentale;  
il solido che viene espulso è quello compreso tra i due carichi concentrati;  
lo stato di sforzo piano;  
la validità del criterio di rottura di Coulomb-Mohr modificato.



### Carico ultimo

Procedendo come per il caso del punzonamento, fissato un sistema d'assi di riferimento  $x-r$  con origine nei punti di carico, applicando l'equazione dei lavori virtuali per il campo di spostamenti e di deformazione assunti, tenuto conto dei processi di softening investenti il conglomerato, si perviene alla seguente espressione del **carico limite superiore**

$$V = \int_0^{\bar{x}} bf'_t \frac{dx}{\cos \phi} + \int_{\bar{x}}^H bf'_c \frac{1 - \sin \phi}{2 \cos \phi} dx$$

Essendo, come al solito

$$\tan \phi = \frac{d^2 r}{dx^2} = r'(x) = r'$$

l'equazione diviene

$$V = \int_0^{\bar{x}} bf'_t \sqrt{1 + r'^2} dx + 0.5 \int_{\bar{x}}^H bf'_c (\sqrt{1 + r'^2} - r') dx$$

Il carico ultimo si ottiene attraverso il processo di minimizzazione del funzionale espresso dalla formula precedente.

Applicando anche in questo caso le **equazioni di Eulero** già viste, si ottiene la seguente equazione differenziale esprime la condizione di minimo

$$r'' = 0$$

Questa produce

$$r' = \cos t = \tan \phi = \frac{a}{H}$$

$$r = \frac{a}{H} x$$

e cioè il profilo di rottura deve essere rettilineo, come mostra l'esperienza. Tale profilo va, come già detto, dal punto di carico al vincolo ed è compreso nella luce di taglio  $a$ .

Quindi, le espressioni possibili del carico di rottura sono quelle che provengono dal primo o dal secondo integrale nella formula del carico limite superiore, e cioè

$$V = \int_0^H b f_t' \sqrt{1 + r'^2} dx = b H f_t' \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}$$

$$V = 0.5 \int_0^H b f_c' \left( \sqrt{1 + r'^2} - r' \right) dx = 0.5 b H f_c' \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2} - \frac{a}{H} \right]$$

per  $\tan \phi = \frac{a}{H} \leq \tan \phi'$  e  $\tan \phi = \frac{a}{H} \geq \tan \phi'$ , rispettivamente.

Per travi tozze la rottura avviene per rapporti **luce di taglio/altezza trave**  $= a/H$  minori di 1 e quindi si applica la prima delle due formule.

Nel caso di travi armate a sola flessione, la rottura si manifesta allo stesso modo, ma il rapporto suddetto può essere maggiore dell'unità e quindi è contemplato anche l'uso della seconda espressione del carico ultimo.

La presenza dell'armatura aumenta la rigidezza flessionale della trave e favorisce la formazione del meccanismo di rottura ipotizzato che chiameremo **meccanismo base**.

La maggiore o minore rigidezza connessa ai valori di armatura, la maggiore o minore efficacia dei vincoli di estremità, la qualità del conglomerato e i valori del rapporto  $a/H$  possono determinare scostamenti più o meno accentuati dal meccanismo base di riferimento, producendo una riduzione del corrispondente carico di rottura.

Possono manifestarsi anche fenomeni di **iper-resistenza**, specie per rapporti  $l/H$  molto bassi e per valori ridotti di  $a/H$ .

## Verifiche sperimentali

Di seguito si riportano i risultati sperimentali di prove eseguite nel nostro laboratorio riguardanti travi di sezione rettangolare di 100x250 mm.

Le variabili erano: la resistenza del conglomerato, i rapporti a/H e l/H, il rapporto di armatura.

## Travi in semplice conglomerato

Nella seguente tabella sono riportati i dati sperimentali e di calcolo e i confronti tra carico sperimentale e carico calcolato per travi in semplice conglomerato.

Travi non armate									
Sezione rettangolare: b=100 mm, H=250 mm									
l/H	f'c	Ec	a/H	Vu (N)	Vcalc (N)	$R=(l/H)*(a/H)*f'c$	Vu/Vcalc	$R=(l/H)*(a/H)*f'c$	Vu/Vcalc
2,62	37,93	33384	0,23	129080	88846	22,9	1,45	22,9	1,45
2,64	34,11	31875	0,36	109107	86373	32,4	1,26	32,4	1,26
2,64	46,92	36324	0,36	137585	103629	44,6	1,33	44,6	1,33
2,64	34,12	31880	0,6	103103	94790	54,0	1,09	54,0	1,09
2,64	34,12	31880	0,6	92606	94790	54,0	0,98	54,0	0,98
2,62	37,93	33384	0,59	98600	100532	58,6	0,98	58,6	0,98
2,64	46,92	36324	0,6	115738	113707	74,3	1,02	74,3	1,02
2,64	37,93	33384	0,72	118583	106694	72,1	1,11	72,1	1,11
3,74	34	31829	0,192	119721	82588	24,4	1,45	24,4	1,45
3,74	34	31829	0,192	99189	82588	24,4	1,20	24,4	1,20
3,74	37	33033	0,192	85200	86891	26,6	0,98	26,6	0,98
3,74	56	38653	0,192	113924	108656	40,2	1,05	40,2	1,05
3,72	46,1	36085	0,42	129168	104762	72,0	1,23	72,0	1,23
3,72	34,01	31833	0,54	86200	92193	68,3	0,93	68,3	0,93
3,72	37,114	33076	0,54	108175	97155	74,6	1,11	74,6	1,11
3,72	37,114	33076	0,54	98188	97155	74,6	1,01	74,6	1,01
3,72	46,1	36085	1,14	33943	146472	195,5	0,23	87,6	1,03
3,75	56,13	38682	0,416	118681	115703	87,6	1,03	111,8	0,90
3,8	56,13	38682	0,524	108185	120606	111,8	0,90	41,4	0,95
4,8	35,97	32632	0,24	81649	86296	41,4	0,95	53,1	0,99
4,8	46,1	36085	0,24	98816	99332	53,1	0,99	68,1	0,88
4,8	59,08	39332	0,24	98826	112601	68,1	0,88	94,0	0,93
4,84	35,97	32632	0,54	89006	95366	94,0	0,93	113,8	1,17
4,84	46,1	36085	0,51	127265	108425	113,8	1,17	113,8	1,05
4,84	46,1	36085	0,51	113531	108425	113,8	1,05	145,8	0,78
4,84	59,08	39332	0,51	96285	122909	145,8	0,78	148,1	0,74
4,84	59,08	39332	0,518	91282	123309	148,1	0,74		
4,8	35,97	32632	0,96	99277	116322	165,7	0,85		

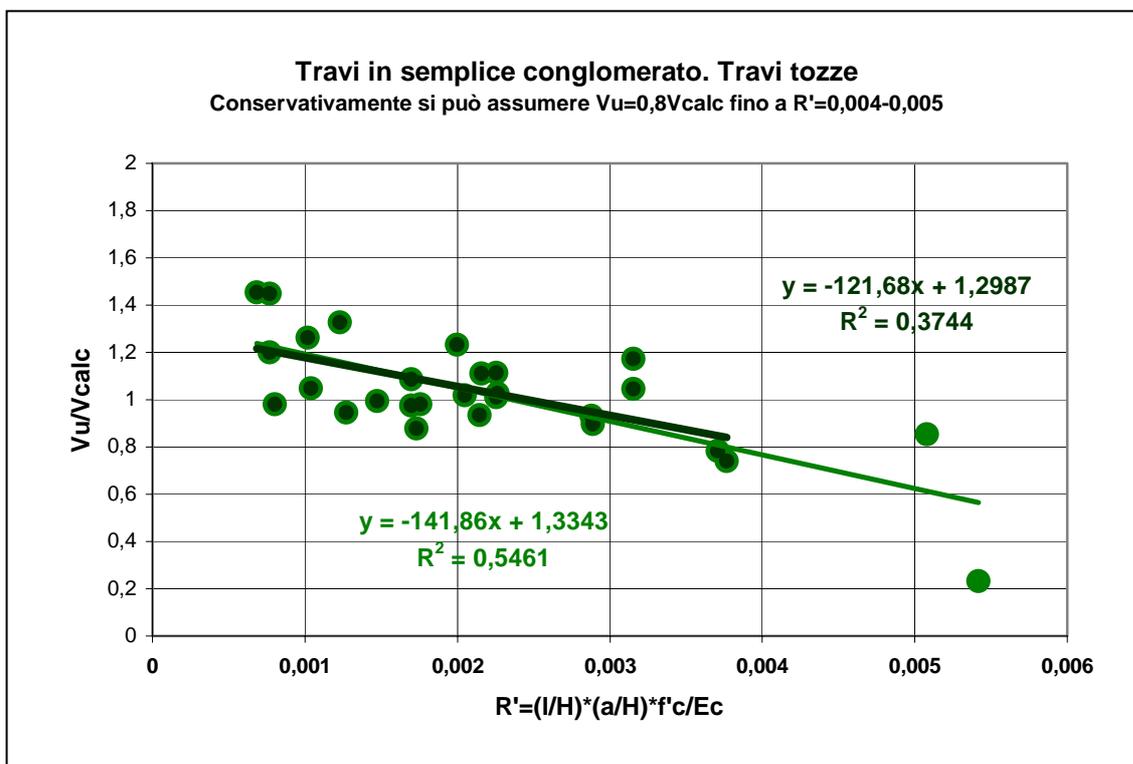
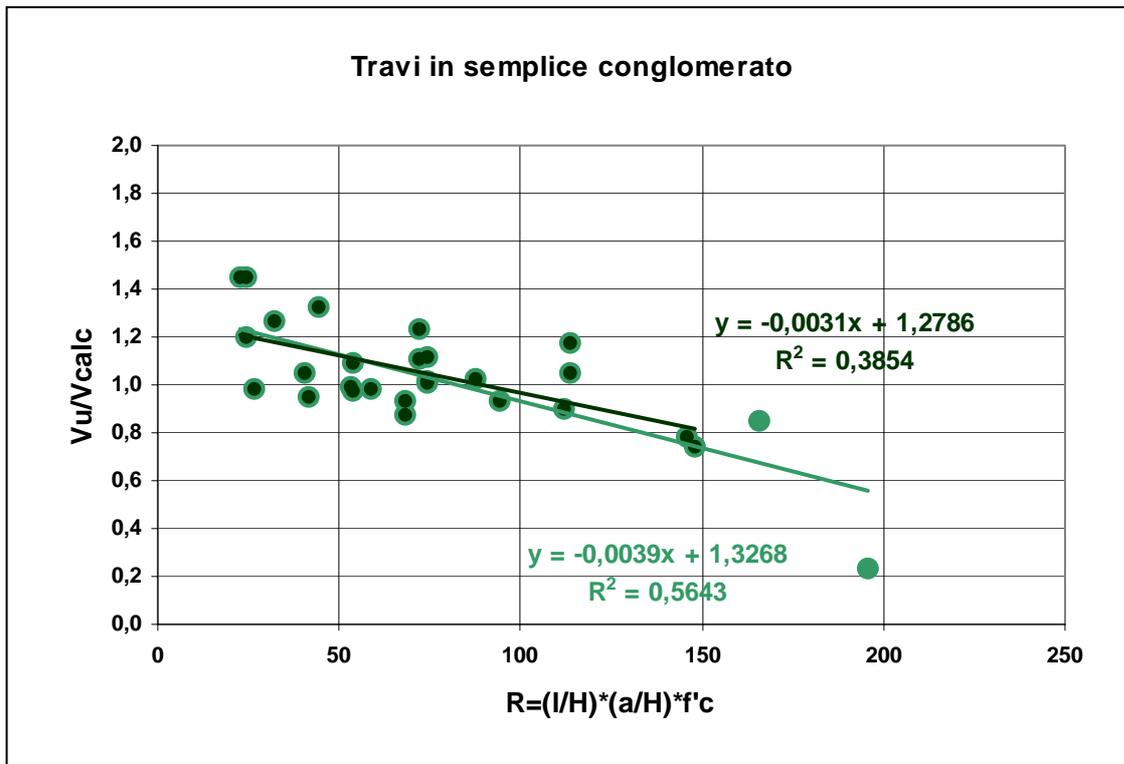
Come si vede, le travi di luce e luce di taglio ridotte esibiscono *iper-resistenza*, mentre quelle a luci maggiori si discostano dal meccanismo base con carico in difetto.

Nei grafici successivi sono riportati i valori del rapporto carico sperimentale/carico calcolato= $Vu/Vcalc$  in funzione dei numeri indice

$$R=(l/H)*(a/H)*f'c$$

$$R'=(l/H)*(a/H)*f'c/Ec$$

e le rette tendenziali di modellazione analitica.



Conservativamente si può assumere per la previsione della resistenza al taglio

$$V = 0.8bHf_t' \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}$$

fino a rapporti  $a/H=0.6$ .

### ***Iper-resistenza a compressione***

Per tenere conto di questo fenomeno, si può pensare di considerare, analogamente a quanto fatto per il caso di iper-resistenza a trazione considerata nel fenomeno del pullout, il seguente valore di resistenza maggiorato

$$f_c^* = f_c'(1 + \sin \phi') = 2 \frac{k-1}{k} f_c'$$

quindi determinare

$$k^* = 6.4 + 0.12 f_c^*$$

e

$$f_t^* = \frac{f_c^*}{k^*}$$

Valore maggiorato della resistenza a trazione.

Con tali correzioni si procede alla valutazione della resistenza al taglio.

Nella tabella seguente sono riportati calcoli e confronti per quelle travi che hanno fornito valori del carico di rottura maggiorati.

#### **Iperresistenza a compressione**

$l/H$	$a/H$	$f'_c$	$k$	$f'_t$	$f^*_c$	$k^*$	$f^*_t$	$f^*_t/f'_t$	$V^*u$	$Vu/V^*u$
2,62	0,23	37,9	10,95	3,46	68,9	14,672	4,70	1,36	120524	1,07
2,64	0,36	34,1	10,49	3,25	61,7	13,806	4,47	1,38	118780	0,92
2,64	0,36	46,9	12,03	3,90	86,0	16,725	5,14	1,32	136691	1,01
3,74	0,192	34,0	10,48	3,24	61,5	13,781	4,46	1,38	113623	1,05
3,72	0,42	46,1	11,93	3,86	84,5	16,537	5,11	1,32	138511	0,93

### ***Trave armate a flessione***

Di seguito si riportano i risultati sperimentali di prove eseguite nel nostro laboratorio riguardanti travi di sezione rettangolare di 100x250 mm.

Le variabili erano: la resistenza del conglomerato, il rapporto  $a/H$  e il rapporto di armatura.

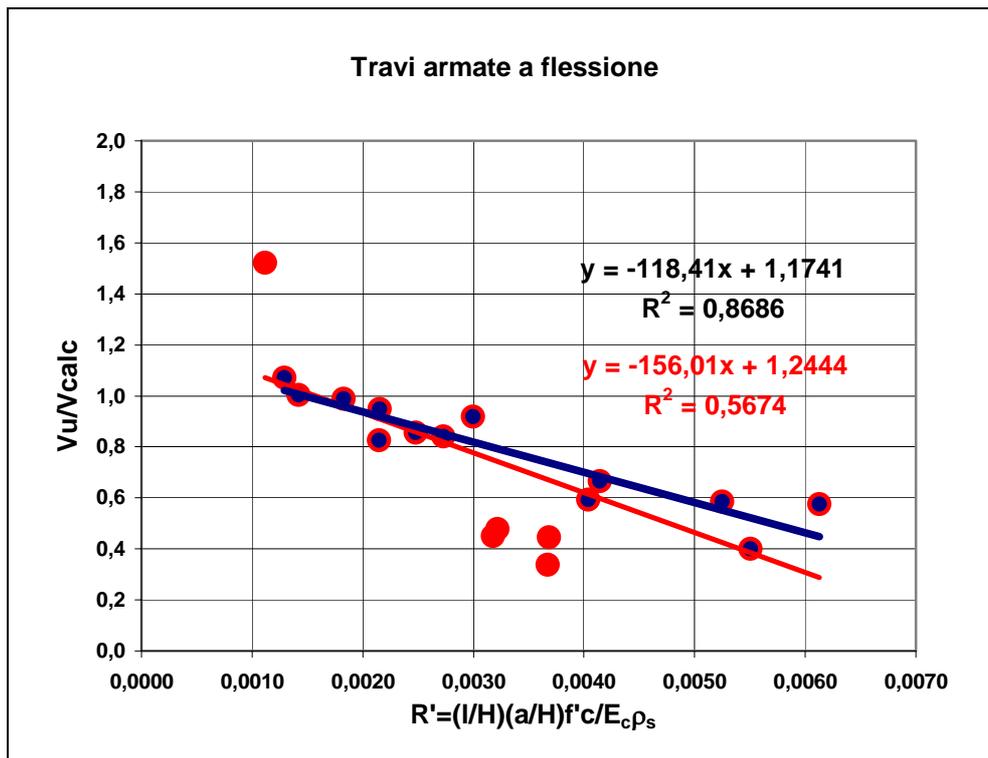
Nella seguente tabella sono riportati i dati sperimentali, quelli di calcolo e i confronti tra carico sperimentale e carico calcolato.

Travi armate a flessione				$R'=(I/H)(a/H)f'c/Ec\rho_s$						
I/H	fc (MPa)	a/H	$\rho_s\%$	Ec (MPa)	f'c/Ec	Pu (N)	Pcalc (N)	R'	Vu/Vcalc	
4,84	39,89	0,52	1,61	34091	0,00117	99277	100477	0,0018	0,988	
4,88	51,23	0,52	1,61	37496	0,00137	109264	115047	0,0022	0,950	
4,88	36,08	0,52	2,51	32676	0,00110	144227	94753	0,0011	1,522	
4,88	45,99	0,52	2,51	36053	0,00128	116376	108728	0,0013	1,070	
4,88	53,41	0,52	2,51	38042	0,00140	117808	117493	0,0014	1,003	
4,88	29,43	1	1,61	29753	0,00099	96266	104767	0,0030	0,919	
4,88	33,57	1	1,61	31647	0,00106	54318	113812	0,0032	0,477	
4,88	42,51	1	1,61	34975	0,00122	58311	130678	0,0037	0,446	
4,88	51,23	1	1,61	37496	0,00137	96275	144351	0,0041	0,667	
4,88	36,08	1	2,51	32676	0,00110	98267	118888	0,0021	0,827	
4,88	45,99	1	2,51	36053	0,00128	116857	136422	0,0025	0,857	
4,88	53,41	1	2,51	38042	0,00140	123998	147420	0,0027	0,841	
4,88	39,89	1,48	1,61	34091	0,00117	89281	152664	0,0052	0,585	
4,88	43,16	1,48	1,61	35185	0,00123	66306	165178	0,0055	0,401	
4,88	51,23	1,48	1,61	37496	0,00137	113060	196063	0,0061	0,577	
4,88	36,08	1,48	2,51	32676	0,00110	62303	138082	0,0032	0,451	
4,88	45,99	1,48	2,51	36053	0,00128	59311	176009	0,0037	0,337	
4,88	53,41	1,48	2,51	38042	0,00140	121379	204406	0,0040	0,594	

Nel grafico seguente è descritto il rapporto resistenza sperimentale a calcolata, sempre con riferimento al meccanismo base, in funzione del *numero indice*

$$R'=(I/H)(a/H)f'c/(Ec\rho_s)$$

e le curve tendenziali di modellazione analitica utilizzabili per la previsione della resistenza. Sono indicate due rette di cui una modella i punti meno dispersi.



Il **numero indice** considerato è, in generale, una quantità adimensionale assunta in maniera da tenere conto dello scostamento che i diversi parametri in gioco producono rispetto al meccanismo base, alcuni nel senso di allontanarlo da esso, altri nel senso di avvicinarlo. Gli uni figurano al numeratore dell'espressione, gli altri al denominatore.

Il rapporto di resistenza rappresenta, sostanzialmente, un **coefficiente di meccanismo**, che denominiamo con  $k_m$ , per cui moltiplicare il carico calcolato, con riferimento al meccanismo base, per ottenere la previsione del carico di rottura.

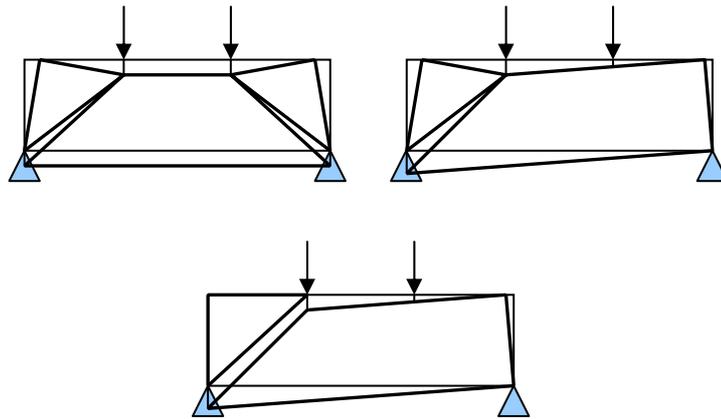
Nella figura di sopra, il rapporto di resistenza, ovvero coefficiente di meccanismo, decresce con il numero indice.

### **Meccanismi differenti da quello base**

Meccanismi differenti da quello base sono concepibili. Ad esempio, i due meccanismi cinematicamente ammissibili descritti in figura sono equivalenti, in quanto conducono al medesimo carico di rottura. Poiché il campo di spostamenti è triangolare, l'equazione dei lavori virtuali conduce a un carico metà di quello relativo al meccanismo base e, pertanto il coefficiente di meccanismo è

$$k_m = 0.5$$

Ancora, il meccanismo illustrato di seguito, con un campo di spostamenti trapezoidale, conduce a un coefficiente di meccanismo



$$k_m = 1 - \frac{1}{2} \frac{a}{L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{H}{L} \frac{a}{H}$$

Per esempio per  $L/H=3$ ,  $a/H=1/2$ , si ha  $k_m=0.917$ .

## ***Travi armate a flessione e taglio***

### ***Modello danese***

Consideriamo l'armatura a taglio costituita da staffe. Tale armatura è la più idonea a resistere al taglio, in quanto è investita da un campo di spostamenti verticale, e cioè diretto parallelamente alla tessitura di tale armatura.

Prima di trattare tale caso, con i soliti assunti e considerazioni che hanno sovrinteso i precedenti casi, citiamo un modello, proposto dalla scuola ***danese***, che contempla un meccanismo rigido-plastico implicante, per l'armatura verticale, il raggiungimento dello snervamento in concomitanza con lo stato di rottura per il conglomerato.

Possiamo già obiettare che tale situazione è difficilmente accettabile, in quanto la congruenza delle deformazioni conglomerato in trazione-acciaio teso, per l'entità esigua delle deformazioni limite in trazione del conglomerato, produce tensioni nell'acciaio piuttosto distanti da quella di snervamento. Pertanto, dobbiamo aspettarci valori del carico ultimo notevolmente superiori a quelli reali.

Vediamo come si articola la procedura.

Consideriamo una trave a sezione rettangolare con armatura verticale disposta regolarmente lungo la trave, con un passo  $s$ .

Si ipotizza la formazione di superfici di rottura a profilo rettilineo che si dipartono dai punti di carico e terminano al bordo inferiore della trave a una certa distanza dai vincoli e hanno una

inclinazione sulla verticale  $\phi$ . La lesione obliqua interessa un certo numero di staffe, per cui si individua il rapporto di armatura verticale, come segue

$$\rho_v = \frac{A_s}{bp} = \frac{A_s}{bH \tan \phi}$$

dove  $A_s$  è l'area della sezione delle staffe comprese nell'intervallo di trave  $p$  coincidente con la proiezione orizzontale della lesione inclinata.

Considerando, dapprima, il caso in cui  $\phi \geq \phi'$  e ricordando l'espressione del carico di rottura della trave in semplice conglomerato, possiamo scrivere

$$V = \frac{bHf'_c}{2} \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi} + \rho_v bHf_{sy} \tan \phi = \frac{bHf'_c}{2} \left( \sqrt{1 + \tan^2 \phi} - \tan \phi + 2\rho_v \frac{f_{sy}}{f'_c} \tan \phi \right)$$

che rappresenta il carico limite superiore (*upper bound solution*).

Il carico vero si ottiene da processo di minimizzazione consistente nell'annullare la derivata prima di tale funzione rispetto a  $\tan \phi$ . In tal modo si ottiene l'inclinazione della lesione che minimizza il carico.

Il processo di minimo conduce alla seguente relazione

$$(1 - 2\psi)^2 = 4\psi(1 - \psi) \tan^2 \psi$$

avendo posto

$$\psi = \rho_v \frac{f_{sy}}{f'_c}$$

*rapporto meccanico di armatura verticale.*

Risolvendo l'equazione si ottiene

$$\tan \phi^* = \frac{1 - 2\psi}{2\sqrt{\psi(1 - \psi)}}$$

che fornisce l'angolo di rottura corrispondente al carico vero.

Poiché deve essere

$$\psi \geq 0; \quad 1 - \psi \geq 0; \quad 1 - 2\psi \geq 0$$

ne consegue

$$0 \leq \psi \leq 0.5$$

Se  $\psi = 0$ , assenza di armatura, consegue  $\tan \phi^* = 90^\circ$ , e cioè la linea di rottura tende a disporsi orizzontale ma, essendoci il vincolo, essa terminerà in corrispondenza di esso, come per trave non armata.

L'equazione di V, come premesso, è stata derivata per il caso  $\phi \geq \phi'$ , e pertanto essa è valida per

$$\phi' \leq \phi^* \leq 90^\circ$$

Quando  $\phi^* = \phi'$ , si ha

$$\tan \phi^* = \tan \phi' = \frac{1 - 2\psi'}{2\sqrt{\psi'(1 - \psi')}}$$

e cioè per un rapporto di armatura

$$\rho'_v = \psi' \frac{f'_c}{f_{sy}}$$

L'equazione precedente produce

$$\psi' = 0.5 \left( 1 - \frac{\tan \phi'}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi'}} \right)$$

che con semplici sostituzioni e passaggi diventa

$$\psi' = \frac{1}{k}$$

Introducendo nell'equazione del carico limite il valore minimizzante dell'angolo, si ottiene il carico di rottura

$$V = 0.5bHf'_c \left( \sqrt{1 + \tan^2 \phi^*} - \tan \phi^* \right) + bHf_{sy} \rho'_v \tan \phi^*$$

Tale equazione è valida per

$$\phi' \leq \phi^* \leq 90^\circ$$

e cioè per

$$0 \leq \psi \leq \psi' = \frac{1}{k}$$

Per valori di  $\psi^* \geq \frac{1}{k}$  e cioè per

$$\frac{1}{k} \leq \psi^* \leq 0.5$$

l'espressione del carico ultimo è

$$V = \frac{bHf'_t}{\cos \phi^*} + \rho_v f_{sy} bH \tan \phi^* = bHf'_c \left( \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \phi^*}}{k} + \psi \tan \phi^* \right)$$

Nella tabella seguente sono riportati i calcoli secondo tale modello e i confronti con i valori sperimentali del carico di rottura ottenuti da prove effettuate nel nostro laboratorio su travi a sezione rettangolare.

I/H	a/H	f'c	k	b (mm)	H (mm)	bH	bHf'c	$\rho_s$
4,88	1	38,69	11,0428	100	250	25000	967250	0,0161
4,88	1	52,32	12,6784	100	250	25000	1308000	0,0161
4,88	1	53,52	12,8224	100	250	25000	1338000	0,0161
4,88	1	38,69	11,0428	100	250	25000	967250	0,0161
4,88	1	45,05	11,806	100	250	25000	1126250	0,0161
4,88	1	56,46	13,1752	100	250	25000	1411500	0,0161
4,88	1,48	34,44	10,5328	100	250	25000	861000	0,0161
4,88	1,48	47,95	12,154	100	250	25000	1198750	0,0161
4,88	1,48	51,56	12,5872	100	250	25000	1289000	0,0161
4,88	1,48	34,44	10,5328	100	250	25000	861000	0,0161
4,88	1,48	40,33	11,2396	100	250	25000	1008250	0,0161
4,88	1,48	50,9	12,508	100	250	25000	1272500	0,0161
4,88	1,96	37,38	10,8856	100	250	25000	934500	0,0161
4,88	1,96	49,56	12,3472	100	250	25000	1239000	0,0161
4,88	1,96	50,72	12,4864	100	250	25000	1268000	0,0161
4,88	1,96	38,69	11,0428	100	250	25000	967250	0,0161
4,88	1,96	45,05	11,806	100	250	25000	1126250	0,0161
4,88	1,96	52,61	12,7132	100	250	25000	1315250	0,0161

$\rho_v$	$f_{sy}$	$\psi = \rho_v f_{sy} / f'_c$	$\tan\phi^*$	$A = \text{radice}(1 + \tan^2\phi^*)$	$A - \tan\phi^*$	$bH\rho_v f_{sy} \tan\phi^*$
0,01	420	0,109	1,258	1,607	0,349	132126
0,01	420	0,080	1,545	1,840	0,295	162194
0,01	420	0,078	1,567	1,859	0,292	164586
0,0167	420	0,181	0,827	1,298	0,471	145063
0,0167	420	0,156	0,950	1,379	0,429	166520
0,0167	420	0,124	1,139	1,516	0,377	199766
0,01	420	0,122	1,155	1,528	0,373	121307
0,01	420	0,088	1,459	1,769	0,310	153176
0,01	420	0,081	1,530	1,828	0,298	160661
0,0167	420	0,204	0,736	1,242	0,506	129032
0,0167	420	0,174	0,860	1,319	0,459	150853
0,0167	420	0,138	1,051	1,451	0,400	184258
0,01	420	0,112	1,227	1,583	0,356	128883
0,01	420	0,085	1,491	1,795	0,304	156557
0,01	420	0,083	1,514	1,814	0,300	158950
0,0167	420	0,181	0,827	1,298	0,471	145063
0,0167	420	0,156	0,950	1,379	0,429	166520
0,0167	420	0,133	1,079	1,471	0,392	189153

$1/k$	$\psi/(1/k)$	$V_u$	$V_{calc}$	$V_u/V_{calc}$	$V_{calc}/V_u$
0,091	1,199	129247	272911	0,474	2,11
0,079	1,018	137232	352036	0,390	2,57
0,078	1,006	138243	358601	0,386	2,59
0,091	2,002	166711	258742	0,644	1,55
0,085	1,838	188195	298077	0,631	1,58
0,076	1,637	188195	362166	0,520	1,92
0,095	1,284	114012	246211	0,463	2,16
0,082	1,065	129247	327620	0,395	2,53
0,079	1,025	123998	347848	0,356	2,81
0,095	2,145	118760	230523	0,515	1,94
0,089	1,955	129257	269187	0,480	2,08
0,080	1,724	154920	331833	0,467	2,14
0,092	1,223	104012	264800	0,393	2,55
0,081	1,046	133249	336711	0,396	2,53
0,080	1,034	132249	343191	0,385	2,60
0,091	2,002	127138	258742	0,491	2,04
0,085	1,838	138243	298077	0,464	2,16
0,079	1,695	134240	341329	0,393	2,54

*I valori di confronto dell'ultima colonna mostrano che il calcolo con questo modello analitico sovrastima il carico ultimo fino a 2.8 volte quello reale.*

### **Modello congruente**

#### **Campo di spostamenti uniforme**

Consideriamo un campo di spostamenti uniforme. Questo schema è ammissibile in presenza di travi tozze, mentre per travi snelle le rotazioni agli estremi, che si manifestano tanto più quanto minore è la rigidità flessionale della trave, consigliano di considerare un campo di spostamenti triangolare.

Nel primo caso, con le solite accezioni connesse al meccanismo considerato e già viste in precedenza, la deformazione lungo  $y$  nel riferimento locale del profilo di rottura era

$$\varepsilon_y = \frac{V}{\delta} \sin \phi = 2\lambda \sin \phi$$

e la deformazione principale di trazione

$$\varepsilon_1 = \lambda(1 + \sin \phi)$$

Quest'ultima, per  $\phi = 90^\circ$ , diventa

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_t = 2\lambda$$

in quanto il meccanismo si tramuta in quello corrispondente alla trazione semplice, e quindi

$$\lambda = \frac{\varepsilon'_t}{2}$$

per cui

$$\varepsilon_y = \varepsilon'_t \sin \phi$$

Per ragioni di simmetria, la deformazione lungo la direzione dell'armatura verticale è

$$\varepsilon_v = \varepsilon_y = \varepsilon'_t \sin \phi$$

e in regime di softening

$$\varepsilon_v = \varepsilon_y = \beta \varepsilon'_t \sin \phi$$

Essendo l'armatura verticale in regime elastico, lo sforzo in essa è

$$\sigma_{sv} = 2f'_t e \beta \sin \phi$$

Pertanto, nel caso di  $\frac{a}{H} \leq \tan \phi'$ , si ha come carico limite superiore

$$V = \frac{bHf'_t}{\beta \cos \phi} + 2f'_t e A_{sv} \beta \sin \phi$$

che, con le solite note posizioni e adimensionalizzandolo rispetto alla resistenza della sezione in solo conglomerato per  $\beta=1$ , diventa

$$v = \frac{V}{\frac{bHf'_t}{\cos \phi}} = \frac{1}{\beta} + 2\rho_v e \beta \frac{\left(\frac{a}{H}\right)^2}{\left(1 + \frac{a}{H}\right)^2} = \frac{1}{\beta} + A\beta$$

avendo posto

$$A = 2\rho_v e \frac{\left(\frac{a}{H}\right)^2}{\left(1 + \frac{a}{H}\right)^2}$$

Per fissati valori di  $a/H$  e  $f'_c$ , la curva di  $v$  presenta, per bassi valori di  $\rho_v$ , un minimo che si sposta verso sinistra al crescere della quantità di armatura verticale.

Il punto di minimo si ottiene annullando la derivata prima rispetto a  $\beta$ , che produce

$$\beta_{\min}^2 = \frac{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}{2\rho_v e \left(\frac{a}{H}\right)^2}$$

Il minimo raggiunge il valore 1 per il rapporto d'armatura

$$\rho_v^* = \frac{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}{2e \left(\frac{a}{H}\right)^2} = \frac{\rho_v}{A}$$

**valore critico del rapporto di armatura verticale.**

Posto

$$i = \frac{\rho_v}{\rho_v^*} = A$$

il carico adimensionale si può scrivere

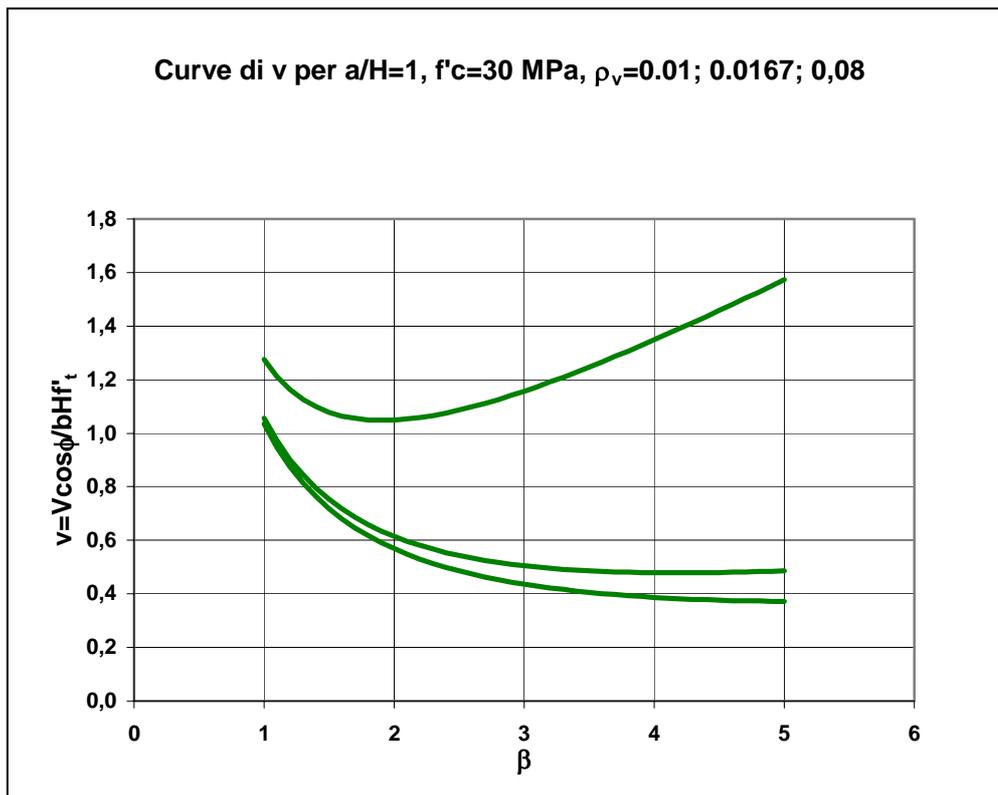
$$v = \frac{1}{\beta} + i\beta$$

I valori critici di armatura sono molto elevati per cui il massimo di resistenza si raggiunge in pratica per  $\beta=1$ .

Nella seguente tabella sono riportati alcuni valori esemplificativi. Come si vede, essi sono piuttosto elevati.

$f'c$	$E_c$	$e$	$a/H$	$\rho_v^*$	
30	30000	6,867	1	0,146	
30	30000	6,867	1,5	0,105	
30	30000	6,867	2	0,091	
40	34130	6,036	1	0,166	
40	34130	6,036	1,5	0,120	
40	34130	6,036	2	0,104	

Il grafico seguente mostra gli andamenti di  $v$  in funzione dell'indice di deformazione di trazione per i valori delle grandezze ivi indicate.



Nel caso in cui sia  $\frac{a}{H} \geq \tan \phi'$ , procedendo in maniera analoga si ottiene come carico di rottura

$$V = \frac{bHf'_c}{2\beta} \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi} + 2f'_t e A_{sv} \beta \sin \phi$$

che si trasforma, con le solite posizioni, in

$$V = \frac{bHf'_c}{2\beta} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2} - \frac{a}{H} \right) + 2bHf'_t e \rho_v \beta \frac{\left(\frac{a}{H}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

Anche in questo, caso i valori critici di armatura sono molto elevati per cui il massimo di resistenza si raggiunge in pratica per  $\beta=1$ .

Nella seguente tabella sono riportati i dati, i calcoli per i due casi, a seconda che  $\frac{a}{H} \leq; \geq \tan \phi'$ , e i confronti tra carico reale e calcolato distinti per i due casi e per quelli utili selezionati.

**Modello congruente e campo di spostamenti uniforme**

I/H	fc	k	ft	tanφ'	Ec	e	b	H	bH
4,88	38,69	11,04	3,50	1,427	33663	6,119	100	250	25000
4,88	52,32	12,68	4,13	1,562	37772	5,454	100	250	25000
4,88	53,52	12,82	4,17	1,574	38068	5,411	100	250	25000
4,88	38,69	11,04	3,50	1,427	33663	6,119	100	250	25000
4,88	45,05	11,81	3,82	1,492	35772	5,759	100	250	25000
4,88	56,46	13,18	4,29	1,601	38757	5,315	100	250	25000
4,88	34,44	10,53	3,27	1,382	32013	6,435	100	250	25000
4,88	47,95	12,15	3,95	1,520	36616	5,626	100	250	25000
4,88	51,56	12,59	4,10	1,555	37581	5,482	100	250	25000
4,88	34,44	10,53	3,27	1,382	32013	6,435	100	250	25000
4,88	40,33	11,24	3,59	1,444	34244	6,016	100	250	25000
4,88	50,9	12,51	4,07	1,549	37411	5,506	100	250	25000
4,88	37,38	10,89	3,43	1,413	33177	6,209	100	250	25000
4,88	49,56	12,35	4,01	1,536	37057	5,559	100	250	25000
4,88	50,72	12,49	4,06	1,547	37364	5,513	100	250	25000
4,88	38,69	11,04	3,50	1,427	33663	6,119	100	250	25000
4,88	45,05	11,81	3,82	1,492	35772	5,759	100	250	25000
4,88	52,61	12,71	4,14	1,565	37845	5,443	100	250	25000

$\rho_s$	$\rho_v$	a/H	(a/H)/tan $\phi'$	Vu (N)	A	$\rho^*_v$	$i=\rho_v/\rho^*_v$
0,0161	0,01	1	0,70	129247	0,0306	0,163	0,061
0,0161	0,01	1	0,64	137232	0,0273	0,183	0,055
0,0161	0,01	1	0,64	138243	0,0271	0,185	0,054
0,0161	0,0167	1	0,70	166711	0,0511	0,163	0,102
0,0161	0,0167	1	0,67	188195	0,0481	0,174	0,096
0,0161	0,0167	1	0,62	188195	0,0444	0,188	0,089
0,0161	0,01	1,48	1,07	114012	0,0458	0,113	0,088
0,0161	0,01	1,48	0,97	129247	0,0401	0,129	0,077
0,0161	0,01	1,48	0,95	123998	0,0390	0,133	0,075
0,0161	0,0167	1,48	1,07	118760	0,0765	0,113	0,148
0,0161	0,0167	1,48	1,03	129257	0,0716	0,121	0,138
0,0161	0,0167	1,48	0,96	154920	0,0655	0,132	0,126
0,0161	0,01	1,96	1,39	104012	0,0544	0,101	0,099
0,0161	0,01	1,96	1,28	133249	0,0487	0,113	0,088
0,0161	0,01	1,96	1,27	132249	0,0483	0,114	0,087
0,0161	0,0167	1,96	1,37	127138	0,0896	0,103	0,162
0,0161	0,0167	1,96	1,31	138243	0,0843	0,109	0,153
0,0161	0,0167	1,96	1,25	134240	0,0797	0,116	0,144

$V_1$	bHf't/cos $\phi'$	$V_1=V_{calc}$	$Vu/V_{calc}$
1,0306	123872	127663	1,012
1,0273	145901	149880	0,916
1,0271	147571	151564	0,912
1,0511	123872	130202	1,280
1,0481	134911	141398	1,331
1,0444	151509	158233	1,189
1,0458	146010	152702	0,747
1,0401	176170	183230	0,705
1,0390	182914	190055	0,652
1,0765	146010	157186	0,756
1,0716	160229	171694	0,753
1,0655	181716	193618	0,800
1,0544	188895	199180	0,522
1,0487	220799	231562	0,575
1,0483	223448	234251	0,565
1,0896	192732	210004	0,605
1,0843	209907	227609	0,607
1,0797	227640	245786	0,546

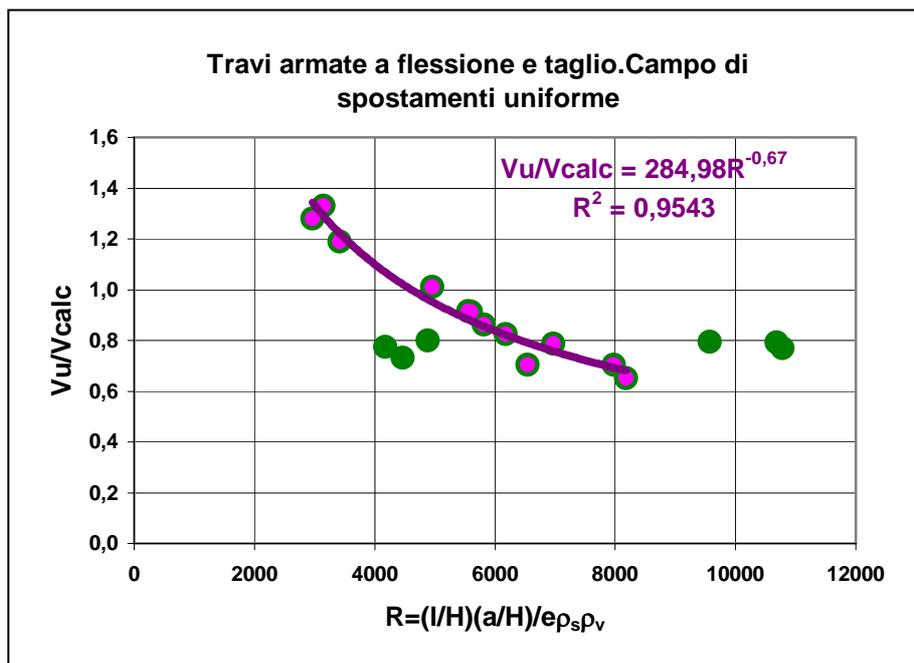
(a/H)/tanφ'	bHf'c/2	Vc	Vs	Vcalc	Vu/Vcalc
0,70	483625	200324	7580	207904	0,622
0,64	654000	270896	7957	278853	0,492
0,64	669000	277109	7986	285094	0,485
0,70	483625	200324	12659	212983	0,783
0,67	563125	233254	12974	246228	0,764
0,62	705750	292331	13448	305780	0,615
1,07	430500	131806	12901	144707	0,788
0,97	599375	183510	13609	197119	0,656
0,95	644500	197326	13768	211094	0,587
1,07	430500	131806	21545	153351	0,774
1,03	504125	154347	22103	176450	0,733
0,96	636250	194800	22945	217745	0,711
1,39	467250	112310	18612	130922	0,794
1,28	619500	148905	19478	168383	0,791
1,27	634000	152391	19550	171940	0,769
1,37	483625	116246	31256	147502	0,862
1,31	563125	135355	32035	167389	0,826
1,25	657625	158069	32838	190907	0,703

VALORI UTILI		
(a/H)/tanφ'	R=(l/H)(a/H)/eρ <sub>s</sub> ρ <sub>v</sub>	Vu/Vcalc
0,70	4953	1,012
0,64	5558	0,916
0,64	5601	0,912
0,70	2966	1,280
0,67	3152	1,331
0,62	3415	1,189
1,07	6971	0,788
0,97	7974	0,705
0,95	8184	0,652
1,07	4174	0,774
1,03	4465	0,733
0,96	4878	0,800
1,39	9568	0,794
1,28	10687	0,791
1,27	10775	0,769
1,37	5813	0,862
1,31	6177	0,826
1,25	6535	0,703

Nel diagramma seguente è illustrata la modellazione analitica per i due casi, in funzione del numero indice

$$R=(l/H)(a/H)/e\rho_s\rho_v$$

Per i risultati del primo caso può essere utilizzata una curva di potenza, mentre per il secondo caso il rapporto di resistenza rimane sostanzialmente costante e intorno a 0.8.



### *Modello congruente*

#### *Campo di spostamenti triangolare*

Come accennato in precedenza, in caso di travi snelle, quali normalmente si presentano nella pratica progettuale, le rotazioni agli estremi, che si manifestano tanto più quanto minore è la rigidezza flessionale della trave, in dipendenza delle variabili di progetto influenti in tal senso, consigliano di considerare un meccanismo di rottura congruente implicante un campo di spostamenti triangolare e un regime di softening in trazione del conglomerato.

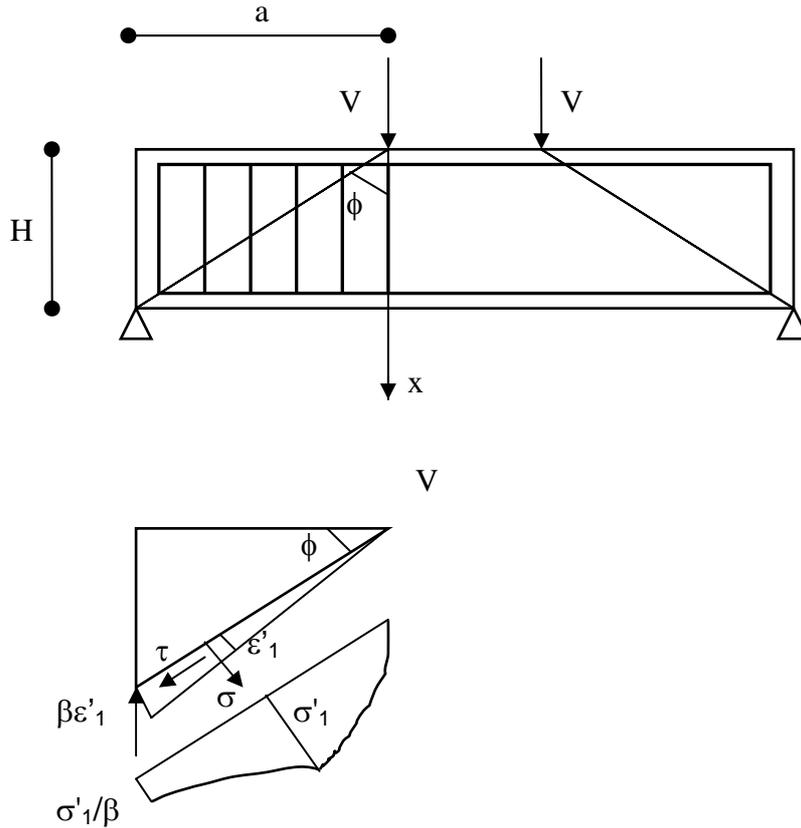
Lo stato di softening si considera comandato dall'entità dell'angolo di inclinazione del profilo di rottura, e cioè in dipendenza dell'entità della luce di taglio, e nell'ambito della sezione si assume una distribuzione degli sforzi principali con andamento analogo a quello della relazione costitutiva del conglomerato in stato di tensione monoassiale e cioè secondo un ramo ascendente parabolico e un ramo discendente di softening iperbolico.

Come visto in precedenza, la deformazione principale di trazione, nel punto di picco del diagramma degli sforzi, è espressa come segue

$$\varepsilon'_1 = \frac{\varepsilon'_t}{2} (1 + \sin \phi)$$

In un punto generico del profilo di rottura, alla profondità  $x$ , la linearità degli spostamenti e delle deformazioni, implica che

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_1} = \beta \frac{x}{H}$$



Corrispondentemente, la tensione principale di trazione, nel caso che  $\frac{a}{H} \geq \tan \phi'$ , è assunta essere

$$\sigma_1 = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_1} = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \frac{H}{x\beta}$$

e

$$\sigma_1 = f'_c (1 - \sin \phi) \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_1} = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \left( 2\beta \frac{x}{H} - \beta^2 \frac{x^2}{H^2} \right)$$

per i rami discendente e ascendente, rispettivamente.

Nel riferimento normale dei circoli di Mohr, le componenti di sforzo del punto di rottura del circolo di torsione, assunto come rappresentativo della rottura per taglio, sono

$$\sigma = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \frac{H \sin \phi}{\beta x}$$

$$\tau = f'_c \frac{(1 - \sin \phi) H \cos \phi}{2 \beta x}$$

$$\sigma = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \left( 2\beta \frac{x}{H} - \beta^2 \frac{x^2}{H^2} \right) \sin \phi$$

$$\tau = f'_c \frac{(1 - \sin \phi)}{2} \left( 2\beta \frac{x}{H} - \beta^2 \frac{x^2}{H^2} \right) \cos \phi$$

per il ramo discendente e per quello ascendente, rispettivamente.

L'equilibrio verticale dell'elemento triangolare di trave compreso tra un estremo della trave e la lesione obliqua è

$$V = V_1 + V_2 + V_s$$

somma dei due termini relativi ai rami discendente e ascendente e di quello dell'armatura verticale.

Tenuto conto delle componenti verticali dei detti sforzi, come visto, si ha

$$V_1 = \int_{H/\beta}^H \frac{bHf'_c}{2\beta x \cos \phi} (1 - \sin \phi) (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) dx = \frac{bHf'_c(1 - \sin \phi) \ln \beta}{2 \cos \phi \beta}$$

$$V_2 = \int_0^{H/\beta} \frac{bf'_c}{2 \cos \phi} (1 - \sin \phi) \left( \frac{2\beta x}{H} - \frac{\beta^2 x^2}{H^2} \right) dx = \frac{2bHf'_c(1 - \sin \phi)}{6\beta \cos \phi}$$

Per quanto riguarda il contributo dovuto all'armatura verticale, si ha

$$\varepsilon_{v,\max} = \beta \varepsilon'_t \sin \phi$$

e alla profondità  $x$

$$\varepsilon_v = \frac{\beta \varepsilon'_t x \sin \phi}{H}$$

Essendo

$$\rho_v = \frac{A_s}{bH \tan \phi}$$

si perviene alla espressione

$$V_s = \int_0^H \beta \varepsilon'_t E_s \rho_v b x \sin \phi \tan \phi \frac{dx}{H} = bHf'_c e \rho_v \beta \frac{\left(\frac{a}{H}\right)^2}{k \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

In definitiva si ha, in termini adimensionali

$$v = \frac{V}{bHf'_c} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2} - \frac{a}{H} \right] \frac{\ln \beta + \frac{2}{3}}{\beta} + \frac{e \rho_v \beta \left(\frac{a}{H}\right)^2}{k \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

valida per  $\frac{a}{H} \geq \tan \phi$

Nel caso di  $\frac{a}{H} \leq \tan \phi$ , procedendo in maniera analoga al caso precedente, si ottiene

$$v = \frac{V}{bHf'_c} = \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2} \frac{\ln \beta + \frac{2}{3}}{k\beta} + \frac{e \rho_v \beta \left(\frac{a}{H}\right)^2}{k \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

Poniamo le due espressioni ottenute del carico adimensionalizzato nella forma sintetica

$$v = \frac{V}{bHf'_c} = A \frac{\ln \beta + \frac{2}{3}}{\beta} + B\beta$$

con

$$A = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2} - \frac{a}{H} \right]$$

$$B = \frac{e\rho_v \left(\frac{a}{H}\right)^2}{k\sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

per  $\frac{a}{H} \geq \tan \phi$ , e con

$$A = \frac{1}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}$$

$$B = \frac{V}{bHf'_c} = \frac{e\rho_v \left(\frac{a}{H}\right)^2}{k\sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

per  $\frac{a}{H} \leq \tan \phi$ .

La curva di  $v$ - $\beta$  presenta, in generale, due punti di stazionarietà.

Annullando la derivata prima rispetto a  $\beta$ , si ottiene la condizione di stazionarietà

$$\ln \beta = \beta^2 \frac{B}{A} + \frac{1}{3}$$

A seconda del valore che assume il rapporto  $B/A$ , in dipendenza dei valori attribuiti alle diverse variabili, questa condizione fornisce due soluzioni reali e positive oppure immaginarie.

Nel primo caso, la curva presenta un punto di massimo e un punto di minimo relativo, nel secondo caso la curva risulta *sempre crescente*.

Annullando la derivata seconda rispetto a  $\beta$ , si ottiene l'ascissa di un punto di flesso (massimo e minimo relativi coincidenti) dalla equazione di derivazione

$$A \frac{2 \ln \beta - \frac{5}{3}}{\beta^3}$$

da cui

$$\beta = \beta^* = e^{\frac{5}{6}} = 2.301$$

Per tale valore, la condizione di stazionarietà fornisce

$$\frac{B^*}{A} = 0.09444$$

e cioè, per le posizioni fatte, si ottiene la percentuale critica di armatura verticale

$$\rho_v^* = 0.09444 \frac{k}{e} \frac{A}{C}$$

con

$$C = \frac{\left(\frac{a}{H}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2}}$$

nel caso in cui  $\frac{a}{H} \geq \tan \phi$ , ovvero nel caso di  $\frac{a}{H} \leq \tan \phi$ , ancora

$$\rho_v^* = 0.09444 \frac{k}{e} \frac{A}{C}$$

con il corrispettivo valore di A specificato in precedenza.

Nella tabella seguente sono riportate le elaborazioni analitiche relative alle travi già analizzate in precedenza. In essa sono state distinte le calcolazioni per i due casi principali considerati.

I/H	f' <sub>c</sub>	k	sinφ=1-2/k	1+sinφ	f' <sub>t</sub>	φ rad	φ gradi	tanφ'	E <sub>c</sub>	e
4,88	38,69	11,04	0,819	1,819	3,50	0,959	54,98	1,427	33663	6,119
4,88	52,32	12,68	0,842	1,842	4,13	1,001	57,38	1,562	37772	5,454
4,88	53,52	12,82	0,844	1,844	4,17	1,005	57,57	1,574	38068	5,411
4,88	38,69	11,04	0,819	1,819	3,50	0,959	54,98	1,427	33663	6,119
4,88	45,05	11,81	0,831	1,831	3,82	0,980	56,16	1,492	35772	5,759
4,88	56,46	13,18	0,848	1,848	4,29	1,013	58,02	1,601	38757	5,315
4,88	34,44	10,53	0,810	1,810	3,27	0,944	54,11	1,382	32013	6,435
4,88	47,95	12,15	0,835	1,835	3,95	0,989	56,66	1,520	36616	5,626
4,88	51,56	12,59	0,841	1,841	4,10	0,999	57,26	1,555	37581	5,482
4,88	34,44	10,53	0,810	1,810	3,27	0,944	54,11	1,382	32013	6,435
4,88	40,33	11,24	0,822	1,822	3,59	0,965	55,29	1,444	34244	6,016
4,88	50,9	12,51	0,840	1,840	4,07	0,997	57,15	1,549	37411	5,506
4,88	37,38	10,89	0,816	1,816	3,43	0,955	54,71	1,413	33177	6,209
4,88	49,56	12,35	0,838	1,838	4,01	0,994	56,93	1,536	37057	5,559
4,88	50,72	12,49	0,840	1,840	4,06	0,997	57,12	1,547	37364	5,513
4,88	38,69	11,04	0,819	1,819	3,50	0,959	54,98	1,427	33663	6,119
4,88	45,05	11,81	0,831	1,831	3,82	0,980	56,16	1,492	35772	5,759
4,88	52,61	12,71	0,843	1,843	4,14	1,002	57,43	1,565	37845	5,443

b (mm)	H (mm)	bH	ρ <sub>s</sub>	ρ <sub>v</sub>	a/H	(a/H)/tanφ'	(a/H) <sup>2</sup>	rad(1+(a/H) <sup>2</sup> )	
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1	0,701	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1	0,640	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1	0,635	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1	0,701	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1	0,670	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1	0,624	1	1,414
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,48	1,071	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,48	0,974	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,48	0,952	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,48	1,071	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,48	1,025	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,48	0,956	2,19	1,786
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,96	1,387	3,84	2,200
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,96	1,276	3,84	2,200
100	250	25000	0,0161	0,01	0,01	1,96	1,267	3,84	2,200
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,96	1,374	3,84	2,200
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,96	1,314	3,84	2,200
100	250	25000	0,0161	0,0167	0,0167	1,96	1,252	3,84	2,200

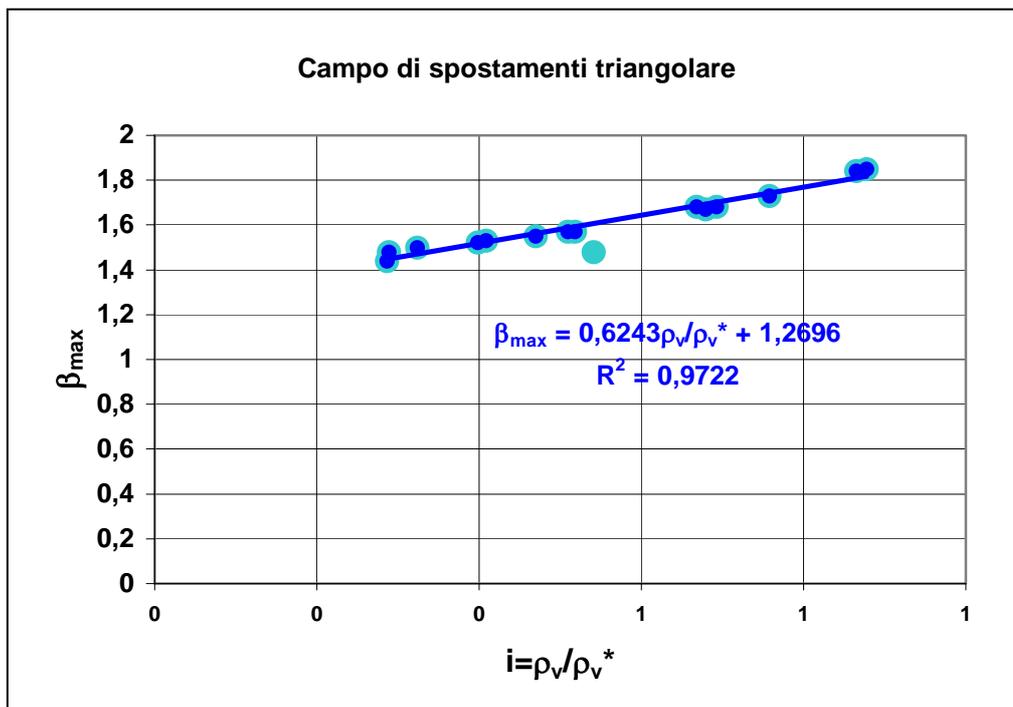
A	C	B	$\rho^*_v$	$i=\rho_v/\rho^*_v$	$v_1 (\beta=1)$	bHf'c	$V_1$ calc	Vu	$Vu/V_1$ calc
0,207	0,707	0,0039	0,0499	0,200	0,142	967250	137340	129247	0,941
0,207	0,707	0,0030	0,0643	0,156	0,141	1308000	184576	137232	0,744
0,207	0,707	0,0030	0,0655	0,153	0,141	1338000	188732	138243	0,732
0,207	0,707	0,0065	0,0499	0,335	0,145	967250	139879	166711	1,192
0,207	0,707	0,0058	0,0567	0,294	0,144	1126250	161990	188195	1,162
0,207	0,707	0,0048	0,0686	0,244	0,143	1411500	201612	188195	0,933
0,153	1,226	0,0075	0,0193	0,518	0,110	861000	94321	114012	1,209
0,153	1,226	0,0057	0,0255	0,393	0,108	1198750	129145	129247	1,001
0,153	1,226	0,0053	0,0271	0,369	0,107	1289000	138434	123998	0,896
0,153	1,226	0,0125	0,0193	0,865	0,115	861000	98643	118760	1,204
0,153	1,226	0,0110	0,0220	0,758	0,113	1008250	113950	129257	1,134
0,153	1,226	0,0090	0,0268	0,624	0,111	1272500	141339	154920	1,096
0,120	1,746	0,0100	0,0114	0,877	0,090	934500	84179	104012	1,236
0,120	1,746	0,0079	0,0144	0,693	0,088	1239000	109009	133249	1,222
0,120	1,746	0,0077	0,0147	0,679	0,088	1268000	111369	132249	1,187
0,120	1,746	0,0162	0,0117	1,424	0,096	967250	93125	127138	1,365
0,120	1,746	0,0142	0,0133	1,253	0,094	1126250	106254	138243	1,301
0,120	1,746	0,0125	0,0152	1,100	0,093	1315250	121799	134240	1,102

							VALORI UTILI		
A	B	$\rho^*_v$	$i=\rho_v/\rho^*_v$	$v_1(\beta=1)$	$V_1$ calc	$Vu/V_1$ calc	$i=\rho_v/\rho^*_v$	$Vu/V_1$ calc	
0,128	0,0039	0,031	0,324	0,089	86372	1,496	0,324	1,496	
0,112	0,0030	0,035	0,289	0,077	101246	1,355	0,289	1,355	
0,110	0,0030	0,035	0,286	0,077	102374	1,350	0,286	1,350	
0,128	0,0065	0,031	0,541	0,092	88911	1,875	0,541	1,875	
0,120	0,0058	0,033	0,509	0,086	96428	1,952	0,509	1,952	
0,107	0,0048	0,036	0,470	0,076	107730	1,747	0,470	1,747	
0,170	0,0075	0,021	0,468	0,121	103790	1,098	0,5182	1,209	
0,147	0,0057	0,024	0,409	0,104	124251	1,040	0,409	1,040	
0,142	0,0053	0,025	0,398	0,100	128826	0,963	0,398	0,963	
0,170	0,0125	0,021	0,781	0,126	108112	1,098	0,8654	1,204	
0,159	0,0110	0,023	0,730	0,117	117870	1,097	0,7582	1,134	
0,143	0,0090	0,025	0,669	0,104	132616	1,168	0,669	1,168	
0,202	0,0100	0,019	0,522	0,145	135236	0,769	0,8774	1,236	
0,178	0,0079	0,021	0,467	0,127	156938	0,849	0,6925	1,222	
0,176	0,0077	0,022	0,463	0,125	158740	0,833	0,6792	1,187	
0,199	0,0162	0,019	0,859	0,149	144116	0,882	1,4236	1,365	
0,186	0,0142	0,021	0,808	0,138	155955	0,886	1,2530	1,301	
0,173	0,0125	0,022	0,764	0,128	168179	0,798	1,0999	1,102	

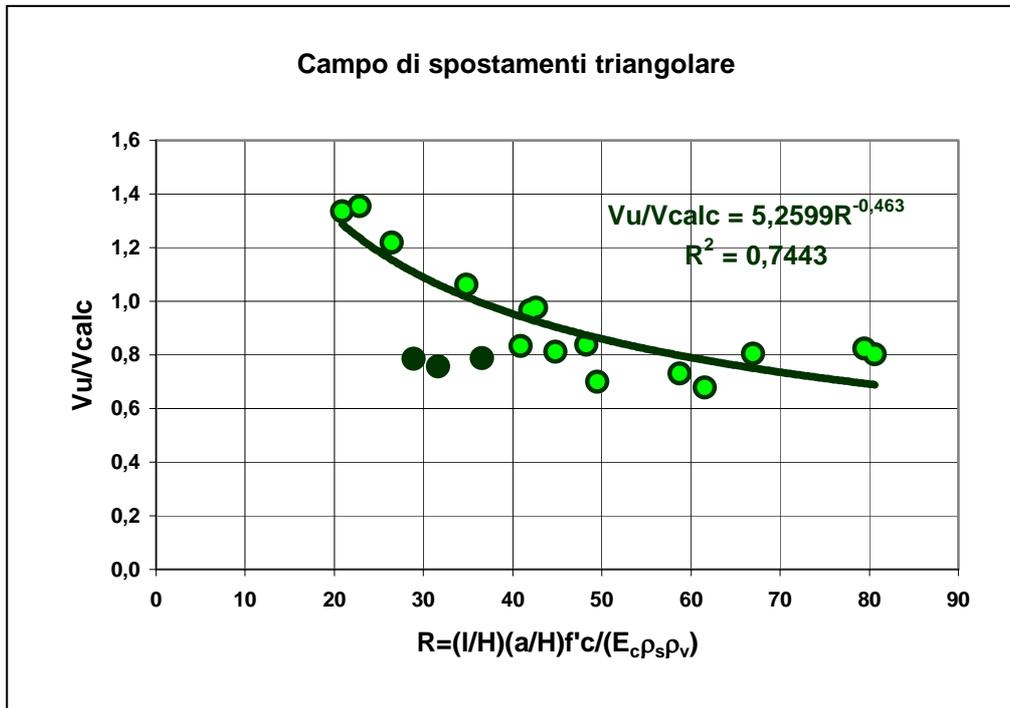
VALORI UTILI

$\beta_{max}$	v	Vcalc	Vu/Vcalc	$i=\rho_v/\rho_v^*$	Vu/Vcalc
1,5	0,126	121743	1,062	<b>0,324</b>	<b>1,062</b>
1,48	0,108	141794	0,968	<b>0,289</b>	<b>0,968</b>
1,44	0,106	141489	0,977	<b>0,286</b>	<b>0,977</b>
1,48	0,129	124754	1,336	<b>0,541</b>	<b>1,336</b>
1,57	0,123	138878	1,355	<b>0,509</b>	<b>1,355</b>
1,55	0,109	154257	1,220	<b>0,470</b>	<b>1,220</b>
1,57	0,158	135858	0,839	<b>0,518</b>	<b>0,839</b>
1,53	0,147	176813	0,731	<b>0,409</b>	<b>0,731</b>
1,52	0,142	182780	0,678	<b>0,398</b>	<b>0,678</b>
1,84	0,176	151363	0,785	<b>0,865</b>	<b>0,785</b>
1,73	0,170	170909	0,756	<b>0,758</b>	<b>0,756</b>
1,68	0,154	196520	0,788	<b>0,669</b>	<b>0,788</b>
1,85	0,139	129429	0,804	<b>0,877</b>	<b>0,804</b>
1,68	0,130	161605	0,825	<b>0,693</b>	<b>0,825</b>
1,67	0,130	164704	0,803	<b>0,679</b>	<b>0,803</b>
<b>2,16</b>	<b>0,158</b>	<b>152692</b>	<b>0,833</b>	<b>1,424</b>	<b>0,833</b>
<b>2,05</b>	<b>0,151</b>	<b>170460</b>	<b>0,811</b>	<b>1,253</b>	<b>0,811</b>
<b>1,96</b>	<b>0,146</b>	<b>191822</b>	<b>0,700</b>	<b>1,100</b>	<b>0,700</b>

Nel grafico seguente è riportata la curva tendenziale di  $\beta_{max}$  in funzione del rapporto di resistenza. Tale diagramma è utile quando il valore di tale ascissa, che serve per determinare il carico di rottura per taglio, non è determinabile a priori, e cioè nel caso in cui l'indice  $i = \rho_v / \rho_v^* \geq 1$ . Nella tabella tali valori stimati sono evidenziati in azzurro.



Nel diagramma successivo è descritto il rapporto di resistenza in funzione del numero indice  $R$  ivi indicato.

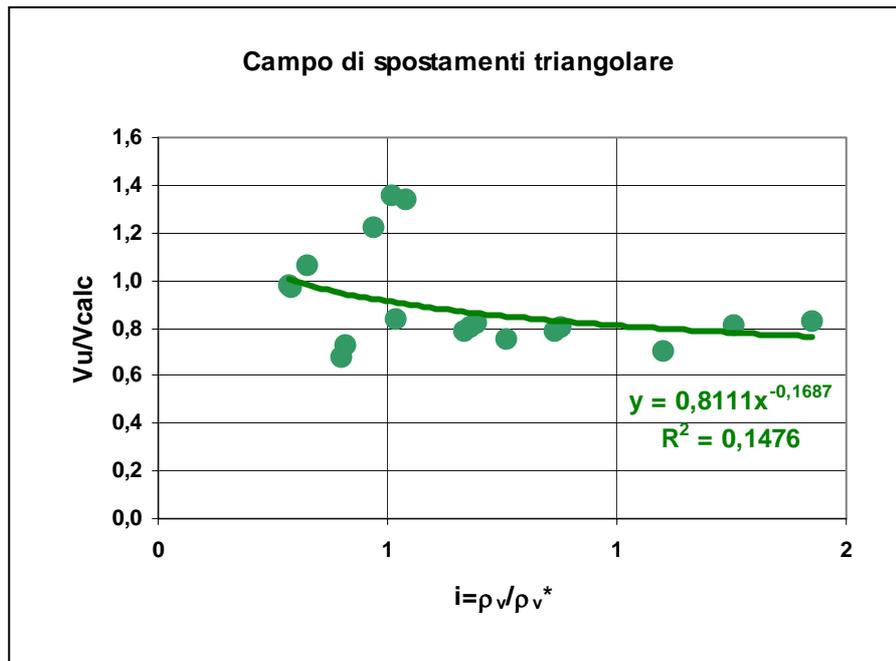


Da quanto mostra il diagramma, i valori sono maggiormente situati tra 0.7 e 1. Si potrebbe assumere, conservativamente, un valore di  $Vu/Vcalc = 0.7$ , per ogni valore del numero indice  $R$  fino a 80. Per valori di  $R$  oltre tale valore, può considerarsi la curva di potenza descritta in figura.

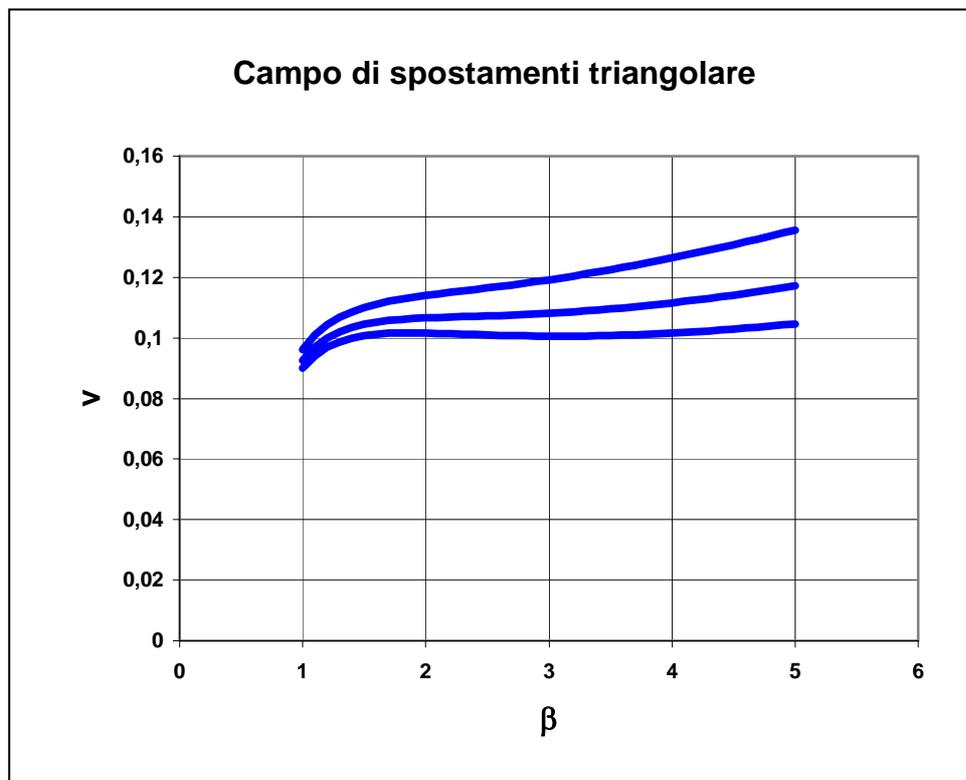
Ancora, il diagramma seguente mostra il rapporto di resistenza in funzione dell'*indice di armatura*

$$i = \frac{\rho_v}{\rho_v^*}$$

Anche questo diagramma mostra che il rapporto di resistenza può essere considerato, conservativamente, costante con  $i$ , uguale a 0.7. Questa correlazione può essere considerata più attendibile in quanto è indipendente dalla forma del diagramma  $v-\beta$ , e cioè della presenza o meno di punti di stazionarietà.



Infine, il diagramma seguente illustra le curve costitutive  $v-\beta$  per differenti valori di  $i$ , minore e maggiore di 1, per  $a/H=1.96$  e per  $f'c$  variabile da 37 a 52 MPa.



## **Bibliografia**

- 1985** L. Bortolotti. *Influenza dello strain-softening sullo stato limite di taglio nelle travi in conglomerato armato e precompresso*. Giornate AICAP 85, Riva del Garda, Mag. 85, pp. 35-52.
- 1987** L. Bortolotti. *Softening and Shear Performance in Concrete Beams*. *Atti della Facoltà di Ingegneria*, V. 29, Ott. 1987, Cagliari, pp. 99-124.
- 1988** L. Bortolotti. *Prove di resistenza al taglio di travi in conglomerato armato. Verifica dei risultati teorici di un'analisi limite cinematica*. *Atti della Facoltà di ingegneria di Cagliari*, V. 31, N. 2, Ottobre 1988, Cagliari, pp. 5-87.
- 1994** L. Bortolotti. *Duttilità a taglio delle travi in conglomerato*. *L'Industria Italiana del Cemento*, No. 686, Marzo 1994, pp. 217-222.
- 1993** L. Bortolotti . Discussion on the paper: *Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete*, by Samir A. Ashour et al. from the Mar.-Apr. 1992 ACI Structural Journal, p. 176. *ACI Structural Journal*, V. 90, No. 1, Jan.-Feb. 1993, pp 126-127.