

CRITERIO DI ROTTURA UNIFICATO PER MURATURA DI MATTONI E CONGLOMERATO CEMENTIZIO IN STATO DI SFORZO PLURIASIALE

1. INTRODUZIONE

Muratura e conglomerato cementizio sono due materiali composti sostanzialmente simili; il primo costituito da mattoni e malta, il secondo costituito da elementi lapidei e pasta di cemento. La muratura può considerarsi un conglomerato formato da una distribuzione regolare e ordinata di aggregati grossi (mattoni) uniti da pasta di cemento (giunti di malta), così come il calcestruzzo è un conglomerato formato da una distribuzione irregolare e disordinata di elementi lapidei di differenti dimensioni uniti da pasta di cemento. Molti autori hanno fornito studi sperimentali riguardanti murature in stato di sforzo biassiale e conglomerato in stati di sforzo biassiale e triassiale per descriverne il comportamento a rottura e fornire le condizioni di rottura in tali stati. Dall'analisi eseguita sui risultati presenti in letteratura sono discesi i seguenti principali obiettivi: fornire un criterio di rottura generalizzato valido sia per la muratura che per il conglomerato nello stato di sforzo biassiale di compressione; fornire una stima della resistenza a compressione idrostatica per il conglomerato nello stato di sforzo triassiale; ipotizzare una forma della superficie limite nello spazio degli sforzi principali.

2. ANALISI DI RISULTATI SPERIMENTALI

Di seguito sono analizzati i risultati sperimentali forniti da diversi autori per muratura e conglomerato nello stato di sforzo biassiale e per il conglomerato nello stato di sforzo triassiale e sono forniti modelli analitici per questi stati di sforzo.

2.1 Stato di sforzo biassiale

2.1.1 Muratura di mattoni

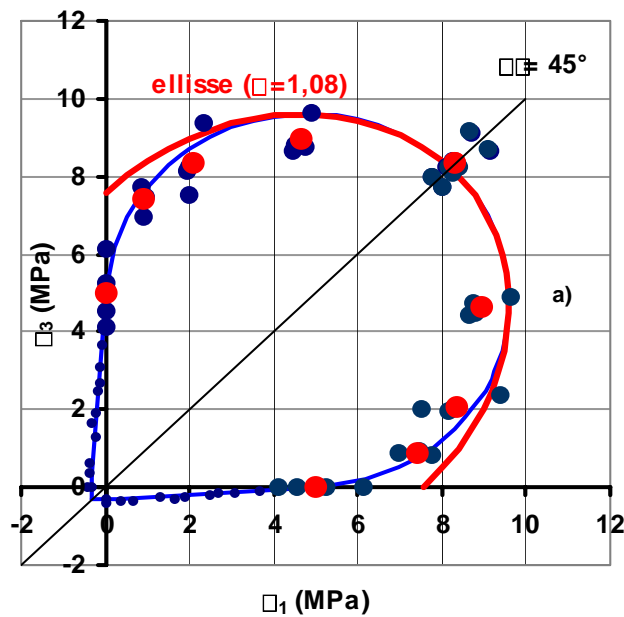
L'indagine sperimentale più completa su provini a mezza scala di muratura di mattoni d'argilla, soggetti a stato di sforzo biassiale, fu eseguita da A.W. Page [1-2]. Furono considerate tre orientazioni (0; 22.5; 45 gradi) delle direzioni principali di sforzo rispetto ai giunti di malta e furono utilizzate diverse combinazioni di sforzo producenti differenti valori del rapporto di sforzo principale. In Fig. 1 sono mostrate le distribuzioni dei punti di rottura per le tre differenti orientazioni. Nella regione di trazione-compressione e per ciascuna orientazione, la distribuzione dei punti di rottura può essere modellata dall'equazione lineare (1) che esprime una condizione di rottura tipo Coulomb-Mohr con tension cut-off, precedentemente proposta per il conglomerato [3]

$$\sigma_1(k-1) - \sigma_3 - f'_c = 0 \quad (1)$$

che è valida eccetto che nell'intervallo $-f'_t \leq \sigma_3 \leq f'_t$, dove invece è valida la condizione di rottura per distacco ($\sigma_1 = f'_t$), con f'_t resistenza a trazione monoassiale. In (1), f'_c è la resistenza a compressione monoassiale e $k = f'_c/f'_t$.

Come si può vedere nella figura, nella regione compressione-compressione e per ciascun rapporto di sforzo principale, i relativi punti di rottura sono molto dispersi. In tale situazione, non è così immediato concepire una formulazione analitica della curva di interazione di rottura per lo stato di sforzo biassiale di compressione. Invece, come mostrato in Fig. 1a per 45° , se le serie di punti di rottura per ciascun rapporto di sforzo principale sono sostituite dai loro baricentri, questi possono essere approssimativamente modellati dal **cerchio** di equazione

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + 2f'_c \frac{k-1}{k} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{k-2}{k} f_c'^2 = 0 \quad (2)$$



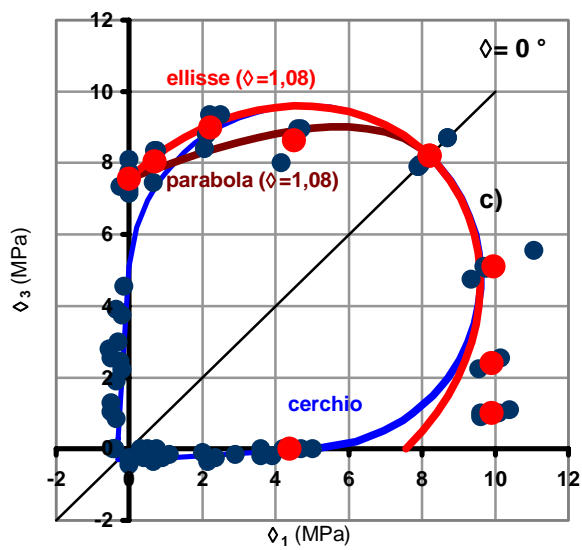
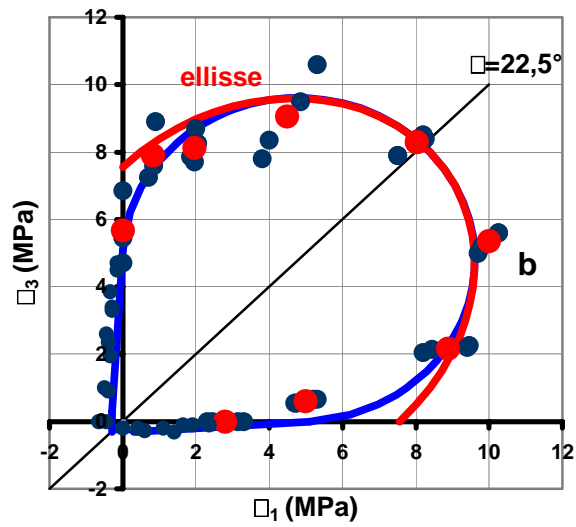


Fig. 1. Risultati di Page. Distribuzione dei punti di rottura per muratura in stato di sforzo biassiale per differenti orientazioni delle direzioni di sforzo principale sui giunti di malta: 45° (a); 22.5° (b); zero gradi (c); e modelli analitici

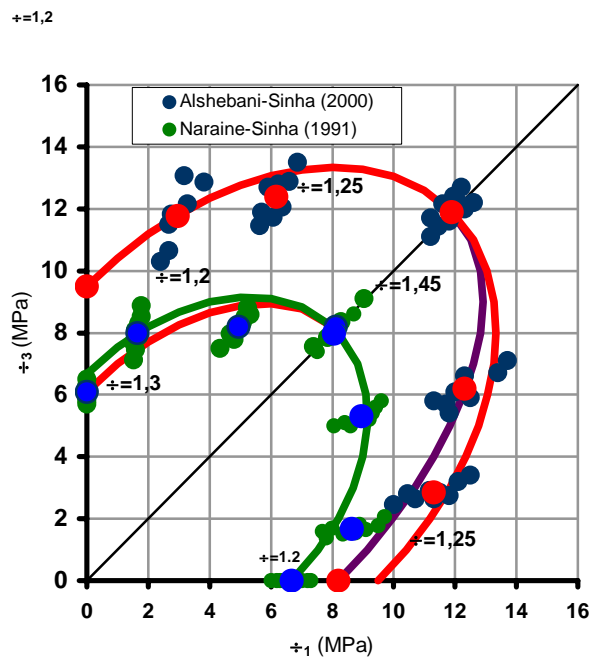


Fig. 2. Risultati di Naraine-Shina e Alshebani-Shina. Distribuzione dei punti di rottura per muratura nello stato di sforzo biassiale e modelli

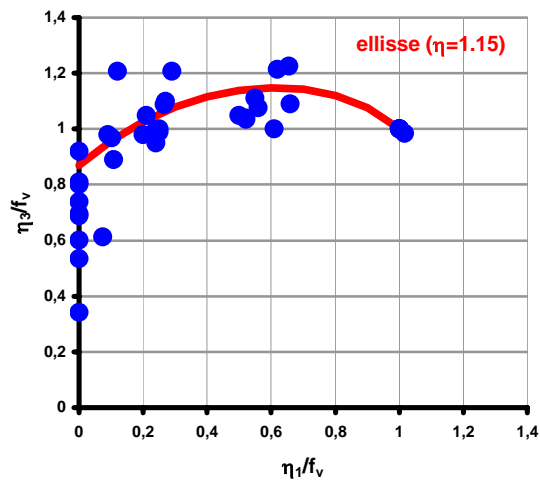


Fig. 3. Distribuzione dei baricentri dei punti di rottura per tutti i tipi di muratura analizzati nello stato di sforzo biassiale e modello analitico

Il cerchio è assunto tangente alla retta (1) nel punto $(0; f'_c)$. Nella figura, la (2) è descritta per $k = 17$ e $f'_c = 5.1$ MPa e produce una deviazione standard $s=3.3$ %.

Inoltre, per il rapporto di sforzo principale uguale a 1, e per ciascuna orientazione, i valori delle coordinate dei baricentri sono sostanzialmente coincidenti. Quindi, in questo particolare stato di sforzo, con riferimento alle proprietà di resistenza, la muratura può essere considerata come un materiale isotropo. Inoltre, per le orientazioni zero e 22.5 gradi e nell'intervallo del rapporto di sforzo principale 0.25-1, il cerchio (2) modella i punti baricentri con deviazioni standard 6.1 e 3.7%, rispettivamente. Quindi, in tale intervallo, la muratura può considerarsi approssimativamente isotropa e il comportamento a rottura nello stato di sforzo biassiale dominato dalla (2).

Nei casi di zero e 22.5 gradi, altre formulazioni classiche possono essere fornite per la condizione di rottura, valide nell'intero intervallo del rapporto di sforzo principale. In particolare, per zero gradi, i punti baricentrici al di sopra della bisettrice della regione compressione-compressione possono essere modellati da una **parabola** (3) o da un' **ellisse** (4),

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + \frac{f'_c}{2\alpha - 1}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{2\alpha f'^2_c}{2\alpha - 1} = 0 \quad (3)$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \frac{4\alpha(1-\alpha)}{1+2\alpha(\alpha-1)}\sigma_1\sigma_3 - \frac{f'_c}{1+2\alpha(\alpha-1)}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{2\alpha(1-\alpha)}{1+2\alpha(\alpha-1)}f'^2_c = 0 \quad (4)$$

dove $\alpha = f_v / f'_c$, essendo f'_c la resistenza a compressione monoassiale normale ai giunti di malta e f_v il valore di sforzo nello stato di uguale compressione ($\sigma_1 = \sigma_3$).

Queste curve di interazione passano per i punti di rottura ($\sigma_1 = \sigma_3$) e (0; $-f'_c$) e sono simmetriche rispetto alla bisettrice del quadrante. In Fig. 1c le equazioni (3) e (4) sono descritte per $\alpha = 1.08$. Queste curve modellano i baricentri della zona superiore con una deviazione standard di 3.6 e 3.8 %, rispettivamente, e tutti i punti di rottura della stessa zona con una deviazione standard di 6.9 e 6.8 %, rispettivamente.

Per le serie dei punti di rottura della zona inferiore, si possono scrivere due equazioni simili alle (3) e (4); in questo caso f'_c è la resistenza a compressione monoassiale parallela ai giunti. Entrambe le equazioni producono però valori di deviazione standard inaccettabili. Al contrario, se l'equazione (4) valida nella regione superiore è usata per modellare la distribuzione dei baricentri nell'intero quadrante, escludendo il punto di resistenza monoassiale parallela ai giunti, la deviazione standard è del 7.3%. Se invece è escluso anche il punto baricentrico della regione inferiore corrispondente al rapporto di sforzo 0.1, la deviazione standard si riduce a 4.8%. Quindi, la curva ellittica (4) può essere usata quasi interamente per modellare il comportamento a rottura della muratura nello stato di sforzo di compressione biassiale.

Nel caso di orientazione 22.5 gradi, una curva come la (4) non fornisce valori di deviazione standard soddisfacenti come per il caso di zero gradi. Al contrario, se è usata la stessa (4) che per zero gradi nell'intervallo 0.25-1 del rapporto di sforzo principale, la deviazione standard è 4.3%. Anche per 45 gradi e nello stesso intervallo, la stessa ellisse fornisce una deviazione standard di 4.8%.

In conclusione, nell'intervallo del rapporto di sforzo principale 0.25-1, ellisse e cerchio possono essere utilizzati soddisfacentemente per modellare il comportamento a rottura della

muratura di mattoni nello stato di sforzo biassiale, indipendentemente dall'orientazione delle direzioni di sforzo principale rispetto ai giunti di malta.

Anche Naraine and Sinha [4] fornirono risultati sperimentali da provini a mezza scala in muratura di mattoni soggetti a stato di sforzo biassiale di compressione, adottando orientazioni di zero e 90 gradi e valori del rapporto di sforzo principale compresi tra 0.2 e 1. La distribuzione dei punti di rottura è mostrata in Fig.2, dove i baricentri di ciascuna serie di punti ai diversi valori di rapporto di sforzo principale sono modellati con l'ellisse (4), per $\alpha=1.2$, con una deviazione standard di 5.5%.

Alshebani and Sinha [5] fornirono risultati sperimentali ottenuti da provini a mezza scala in muratura di mattoni di calcio silicato (sand plast), soggetti a stato di sforzo biassiale di compressione, impiegando orientazioni di zero e 90 gradi e rapporti di sforzo principale compresi tra 0.25 e 1. Le serie dei punti di rottura sono mostrati in Fig. 2 insieme con i rispettivi baricentri i quali, per l'intero quadrante, sono modellati con l'ellisse (4), per $\alpha=1.25$, con una deviazione standard di 5.5%.

2.1.2 Criterio di rottura generalizzato per muratura

Formuliamo ora un criterio di rottura generalizzato per la muratura nello stato di sforzo biassiale di compressione che sia indipendente dal tipo di mattone usato e dalla orientazione delle direzioni di sforzo principale rispetto ai giunti,.

A tale scopo, tutti i risultati sperimentali finora analizzati sono riportati in Fig. 3 normalizzati rispetto a f_v e modellati con la (4) per $\alpha=1.15$ che assume la forma seguente

$$\frac{\sigma_1^2}{f_v^2} + \frac{\sigma_3^2}{f_v^2} + \frac{4\alpha(1-\alpha)}{1+2\alpha(\alpha-1)} \frac{\sigma_1 \sigma_3}{f_v f_v} - \frac{1}{\alpha+2\alpha^2(\alpha-1)} \left(\frac{\sigma_1}{f_v} + \frac{\sigma_3}{f_v} \right) + \frac{2(1-\alpha)}{\alpha+2\alpha^2(\alpha-1)} = 0 \quad (5)$$

Escludendo 10 dei punti maggiormente dispersi, principalmente concentrati nell'intervallo 0-0.2 del rapporto di sforzo principale, la deviazione standard è 6.7% e si riduce a 4.7%, considerando solo i punti di rottura ricadenti nell'intervallo 0.2-1.

Quindi, esclusivamente per i tipi di muratura analizzati, qualunque sia l'orientamento degli sforzi principali rispetto ai giunti, la muratura si comporta come un materiale isotropo in un esteso intervallo (0.2-1) del rapporto di sforzo principale e la (5) modella soddisfacentemente il comportamento a rottura nello stato di sforzo biassiale di compressione.

2.1.3 Calcestruzzo

Kupfer e altri [6] fornirono risultati sperimentali da provini 20x20x5 cm in conglomerato cementizio soggetti a diverse combinazioni di sforzo biassiale. Furono testati tre conglomerati di resistenze 17, 31 e 58 Mpa con 4 differenti rapporti di sforzo principale. In Fig. 4 i punti sperimentali della regione compressione-compressione, normalizzati rispetto a f_v , sono modellati dalla (5) per $\alpha=1.15$ con deviazione standard di 2.4%.

Mills e Zimmerman [7] fornirono risultati sperimentali da provini cubici soggetti a compressione mono-, bi-, e triassiale. Furono provati tre conglomerati di resistenze 23, 27 e 36 MPa ed eseguiti tre tipi differenti di prove. Le prove del tipo I, in cui la componente di sforzo principale maggiore era più elevata delle componenti minore e intermedia, tra loro

uguali (sforzi confinanti uguali). Le prove del tipo II, in cui gli sforzi principali maggiore e intermedio erano uguali e superiori allo sforzo principale minore. Le prove del tipo III furono eseguite creando differenti condizioni di sforzo, ottenute con serie di valori dello sforzo intermedio presi come multipli dello sforzo minore assunto come parametro. In Fig. 5 sono riportati i punti di rottura sperimentali, relativi agli stati di sforzo di compressione mono- e biassiale, in coordinate principali normalizzate rispetto a f_v . I punti sono molto dispersi e nessun modello analitico fornisce un valore accettabile di deviazione standard. Se invece si considerano i baricentri dei punti compresi negli intervalli parziali del rapporto di sforzo principale, la (5) con $\alpha=1.15$ fornisce deviazioni standard di 11.2% nell'intervallo 0-1, di 7.5% nell'intervallo 0.2-1 e di 1.9% nell'intervallo 0.4-1.

Lan e Guo [8] fornirono risultati sperimentali ottenuti da provini di calcestruzzo di 10x10x4 cm soggetti a compressione biassiale, analizzando cinque rapporti di sforzo. Fu provato un unico tipo di conglomerato di resistenza 24 MPa. In Fig. 5 i punti sperimentali sono modellati dalla (5) con $\alpha=1.15$ con una deviazione standard di 3.6%.

Hussein and Marzouk [9] fornirono risultati sperimentali ottenuti da provini 15x15x4 cm confezionati con quattro tipi differenti di conglomerato normale e ad alta resistenza soggetti a diverse combinazioni di sforzo biassiale. Furono provati conglomerati di resistenza cilindrica di 38, 62, 71 e 96 MPa. In Fig. 6, esclusivamente per la regione di compressione, sono riportati, discretizzati per punti, gli involucri sperimentali di resistenza biassiale dei conglomerati investigati, in coordinate normalizzate rispetto a f_v . La distribuzione totale dei punti di rottura è modellata dalla (5), con $\alpha=1.15$, con deviazione standard 5%.

2.1.4 Criterio di rottura generalizzato per conglomerato

Formuliamo un criterio di rottura generalizzato per conglomerato in compressione biassiale. Con riferimento a tutti i tipi di conglomerato analizzati, i relativi punti di rottura, riportati in Fig. 7, sono modellati analiticamente con la (5) per $\alpha=1.15$ con deviazione standard 7.1%, che si riduce a 5% escludendo 7 tra i punti più dispersi. Quindi, per una estesa gamma di resistenze (da 17 a 96 MPa), la (5) modella in maniera soddisfacente il comportamento a rottura del conglomerato nello stato di sforzo biassiale.

2.1.5 Criterio unificato per muratura e conglomerato

Formuliamo ora un criterio di rottura unificato e generalizzato per conglomerato e muratura in stato biassiale di compressione. In Fig. 8, per $\alpha=1.15$, la (5) modella 229 punti di rottura riguardanti conglomerato e muratura con deviazione standard 7.2%, che si riduce a 5% escludendo 4 dei punti più dispersi. Quindi, almeno nell'intervallo 0.2-1 del rapporto di sforzo principale, per quanto concerne la muratura, e in tutto l'intervallo per il conglomerato, la (5) modella bene il comportamento a rottura nello stato di sforzo biassiale di compressione.

2.2 Conglomerato in stato di sforzo triassiale

La Fig. 9 mostra i punti di rottura di prove di compressione triassiale a uguali sforzi confinanti forniti da Mills e Zimmerman, investenti l'intervallo 0-0.14 del rapporto di sforzo principale. Per questi punti, la curva parabolica (6), descritta nella figura in coordinate normalizzate rispetto a f_c , fornisce, per $\sigma_1/f_c=\sigma_3/f_c$, il valore adimensionale dello sforzo di rottura nello stato di uguale compressione (resistenza a compressione idrostatica), $f_v/f_c=18.3$. La (6), insieme con la sua simmetrica rispetto all'asse $\sigma_1/f_c=\sigma_3/f_c$, rappresenta la proiezione sul piano $(\sigma_1/f_c, \sigma_3/f_c)$ della curva intersezione della superficie di rottura nello spazio degli sforzi principali con il piano $\sigma_1/f_c=\sigma_2/f_c$. Con riferimento ai risultati del tipo III, la Fig. 10 mostra, per ciascun livello della componente minore di sforzo principale σ_1/f_c , i punti aventi

come coordinate le componenti di sforzo principale maggiore e intermedia, normalizzate rispetto alla componente di sforzo minore. In figura sono tracciate le linee paraboliche per ciascuna distribuzione di punti e su ognuna sono indicati i punti di uguali coordinate, $\sigma_2/\sigma_1 = \sigma_3/\sigma_1$. In funzione dei valori di tali coordinate, la Fig. 11 mostra corrispondenti i punti

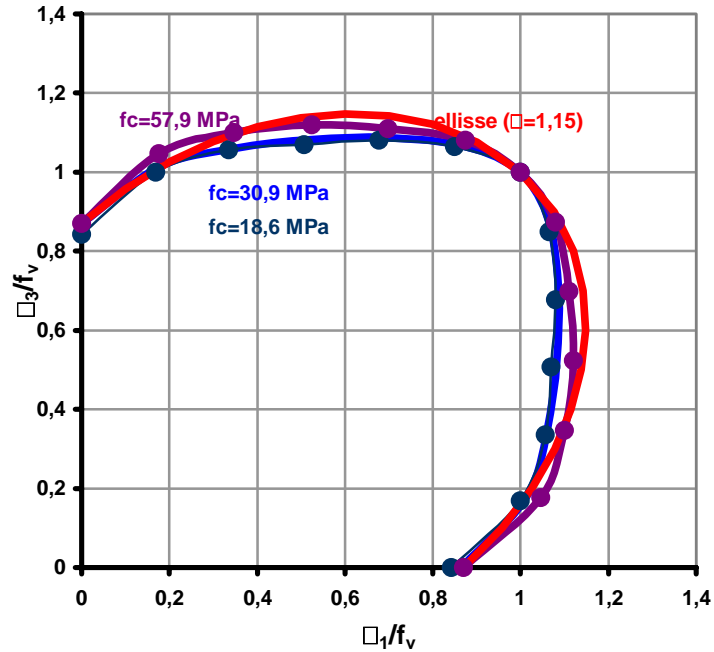


Fig. 4. Punti sperimentali di Kupfer e altri

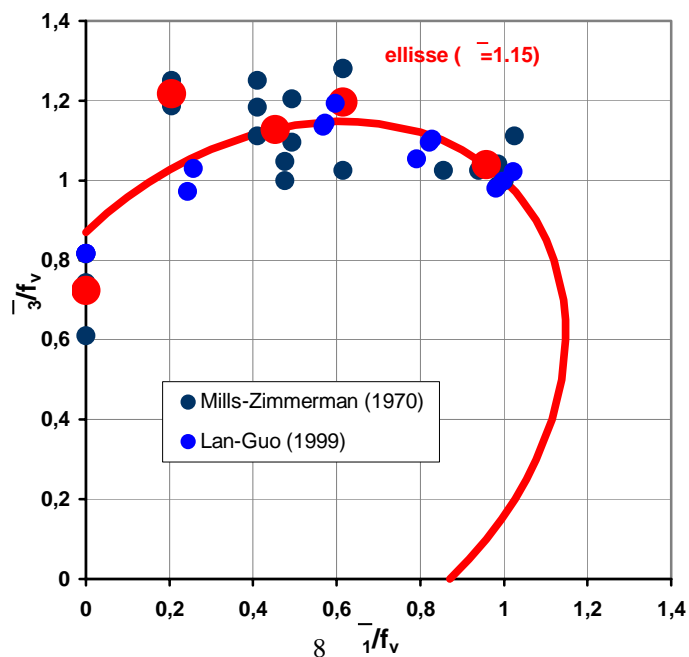


Fig. 5. Punti sperimentali di Mills-Zimmerman e Lan-Guo

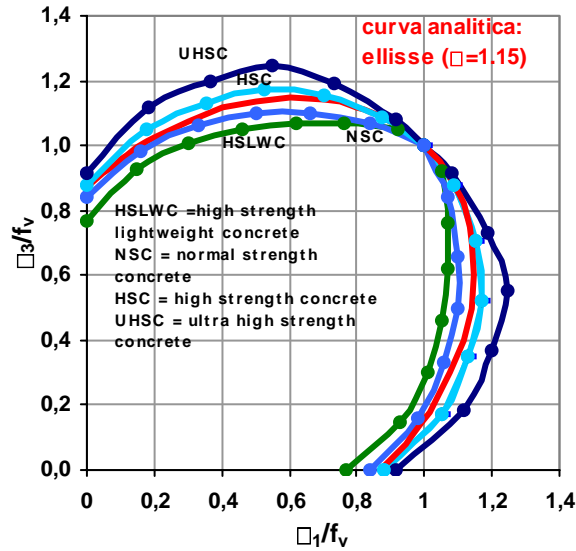


Fig. 6. Risultati di Hussein-Marzouk per conglomerati in stato di sforzo biassiale di compressione e modello analitico.

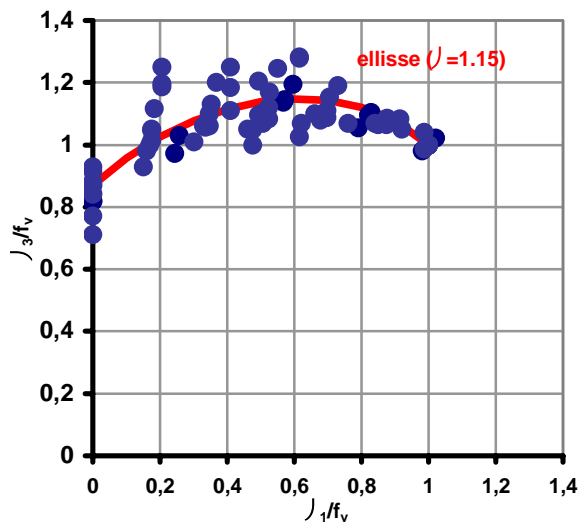


Fig. 7. Curva di rottura generalizzata per lo stato di sforzo biassiale di compressione per il conglomerato descritta su tutti i punti sperimentali.

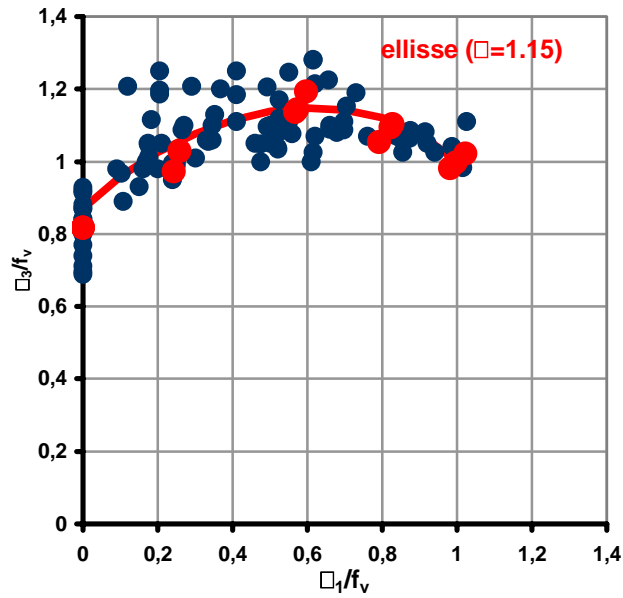


Fig. 8. Curva di rottura unificata per lo stato di sforzo biassiale di compressione di muratura e conglomerato descritta su tutti i risultati

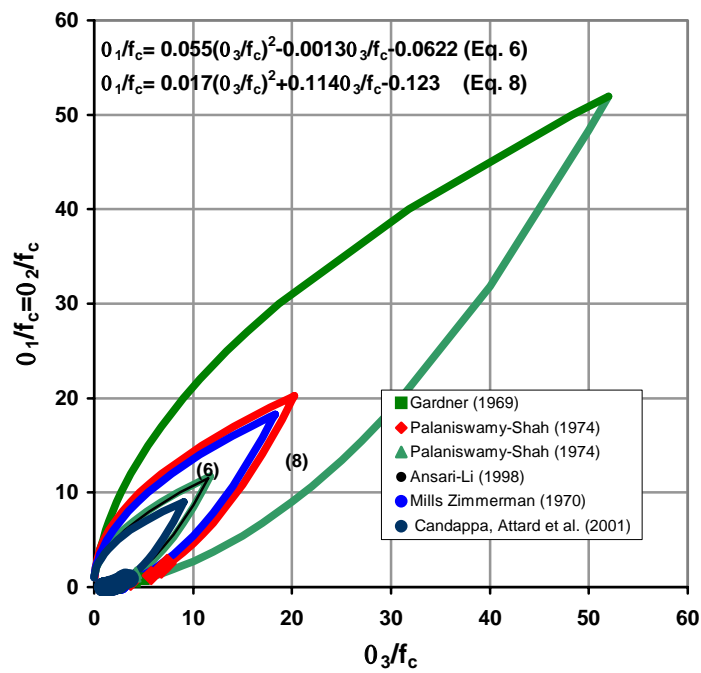


Fig. 9. Risultati sperimentali di diversi autori per conglomerato in compressione triassiale a uguali sforzi confinanti e linee di tendenza paraboliche.

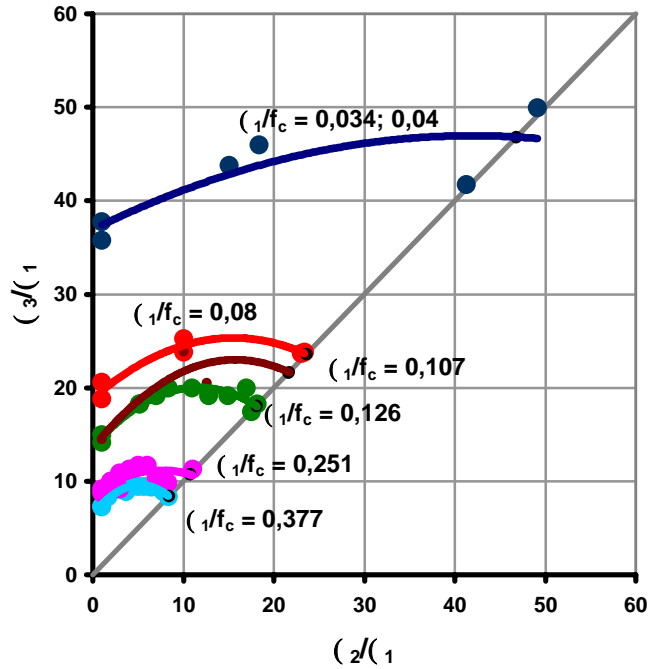


Fig. 10. Risultati del test tipo III di Mills-Zimmerman per conglomerato in compressione triassiale.

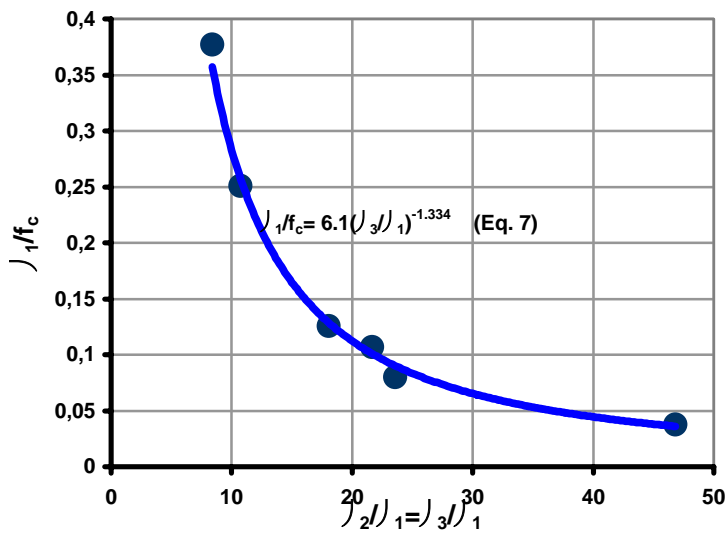


Fig. 11. Risultati del test tipo III di Mills-Zimmerman. Livello di sforzo minore normalizzato in funzione dei rapporti di sforzo

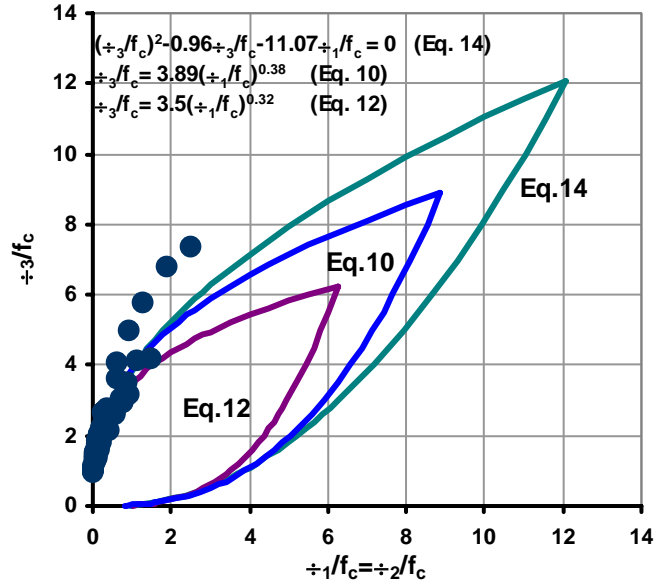


Fig. 12. Tutti i risultati riguardanti il conglomerato in compressione triassiale a sforzi confinanti uguali e modelli analitici.

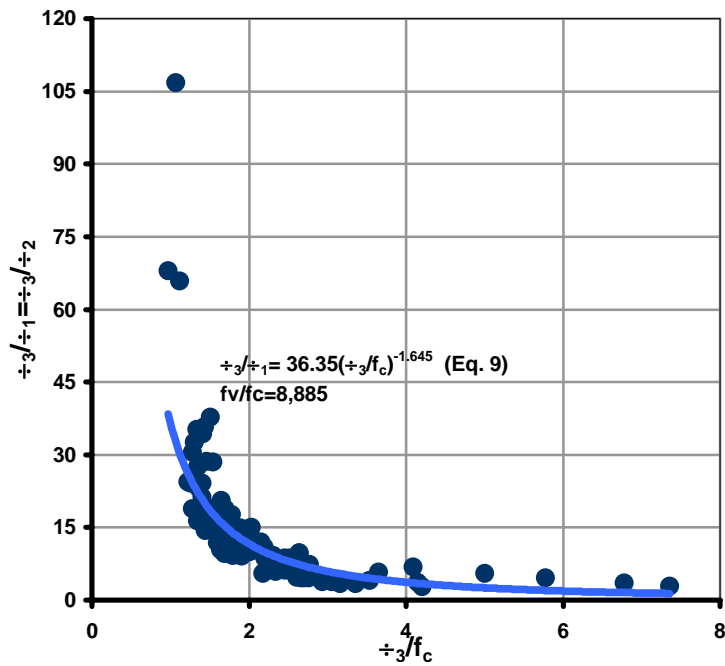


Fig. 13. Rapporto σ_3/σ_1 tra componenti di sforzo principale maggiore e minore in funzione della componente maggiore adimensionalizzata σ_3/f_c .

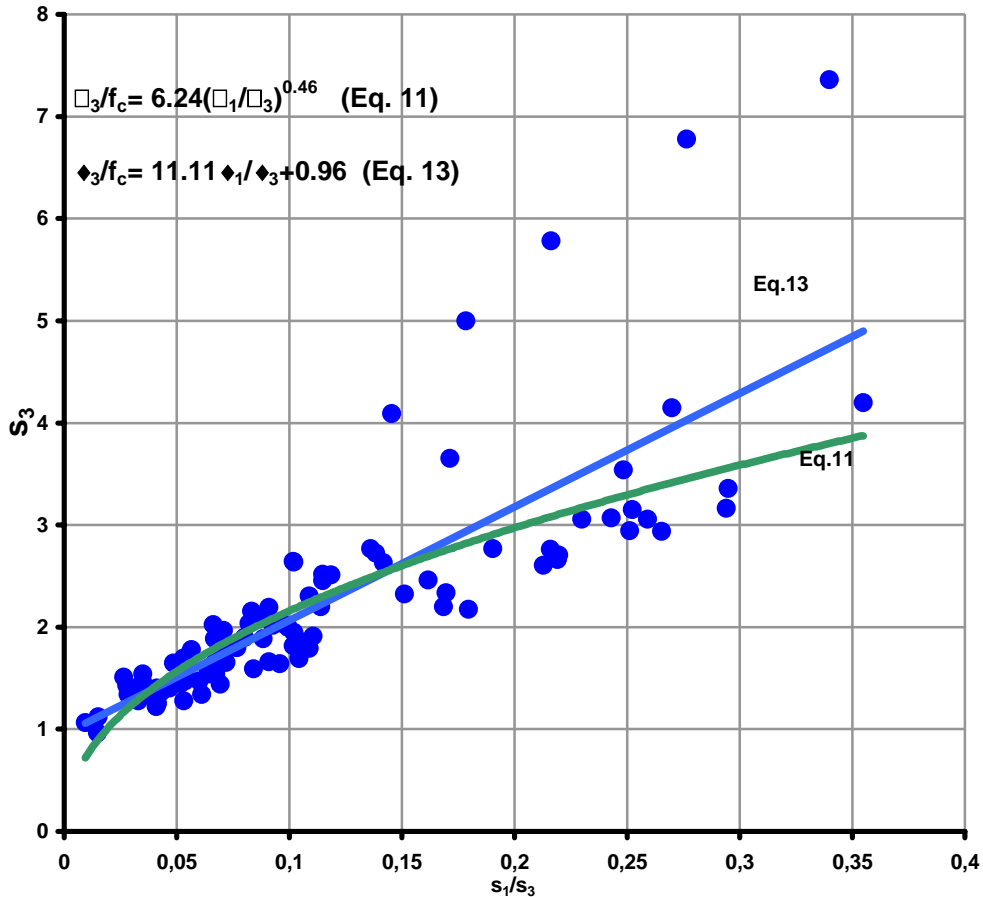


Fig. 14. Rapporto σ_3/σ_1 in funzione di σ_1/σ_3 per conglomerato in compressione triassiale a uguali sforzi confinanti.

del livello di sforzo minore normalizzato σ_1/f_c . Per questi punti è descritta la linea di potenza (7). Da questa, per $\sigma_3/\sigma_1=1$ (e cioè, $\sigma_1/f_c=\sigma_2/f_c=\sigma_3/f_c=f_v/f_c$), si ottiene un'ulteriore stima della resistenza a compressione idrostatica normalizzata, $f_v/f_c=6.1$.

Gardner [10], Palaniswamy and Shah [11], Ansari e Li [12-13], Candappa e altri [14], Attard e Setunge [15], Dahl [16-17], Xie e altri [18] fornirono risultati sperimentali ottenuti da cilindri di conglomerato soggetti a pressione laterale di confinamento e a compressione assiale. I risultati concernono conglomerati di resistenza tra 28 e 103 MPa, pressioni di confinamento fino a 82 MPa e rapporti di sforzo principale fino a 0.35. In Fig. 9, sono riportate le diverse serie di punti di rottura, per le quali le corrispondenti curve di tendenza paraboliche forniscono, singolarmente, resistenze a compressione idrostatica normalizzate differenti e tanto più elevate quanto minore è l'intervallo di rapporto di sforzo principale investito. Considerando insieme tutti i risultati, la modellazione parabolica fornisce un valore normalizzato di resistenza a compressione idrostatica pari a 9.

Allo scopo migliorare la stima di tale resistenza, tutti i risultati di prove in stato di compressione triassiale a uguali sforzi confinanti precedentemente considerati sono stati riuniti in Fig.12. Su di essi sono state eseguite alcune modellazioni analitiche. In Fig. 13 è descritto il rapporto σ_3/σ_1 in funzione della componente normalizzata σ_3/f_c . Per esso la linea di potenza (9) descritta in figura produce l'Eq. (10), riportata in Fig. 12, che modella i punti sperimentali con deviazione standard $s=14.7\%$ e fornisce il valore $f_v/f_c = 8.9$. In Fig. 14 è descritto il rapporto σ_3/f_c in funzione di σ_1/σ_3 . Per esso la curva di potenza (11), descritta nella figura, produce l'Eq. (12), riportata in Fig.12, che modella i punti sperimentali con $s=14.2\%$ e produce $f_v/f_c = 6.2$. Gli stessi punti di Fig. 14, modellati con l'equazione lineare (13), fornisce la parabola (14) descritta in Fig.12 che modella i punti sperimentali con $s=11.4\%$, che si riduce a 6.9% escludendo 16 dei punti più dispersi. Dalla (13) o (14) si ottiene un valore di $f_v/f_c \cong 12$. Inoltre, la (13) o la (14), per $\sigma_1/f_c=0$ fornisce $\sigma_3/f_c \cong 1$ (stato di compressione monoassiale). In Fig. 12 le differenti curve di rottura ottenute sono state integrate con i tratti simmetrici rispetto alla bisettrice del quadrante.

Le diverse modellazioni analitiche effettuate conducono tutte a stabilire che la resistenza idrostatica a compressione è di entità finita e, in termini normalizzati, ha un valore presumibilmente compreso tra 6 e 12. I valori di deviazione standard ottenuti inducono a considerare maggiormente attendibile il modello parabolico, per il quale $f_v/f_c=12$. Perciò, una possibile forma della superficie di rottura nello spazio degli sforzi principali è quella di un solido di asse equi-inclinato sugli assi principali. L'intersezione di questa superficie con il piano $\sigma_2/f_c=0$ (ovvero $\sigma_1/f_c=0$) è la curva di rottura per lo stato di sforzo biassiale di compressione, la cui forma normalizzata rispetto a f_v è simile all'ellisse (5).

3. CONCLUSIONI

Sulla base dei risultati ottenuti in questo studio, possiamo trarre le seguenti conclusioni principali.

Nello stato di sforzo di compressione biassiale, lo sforzo confinante, esaltando la coesione nella muratura di mattoni, ne provoca un comportamento macroscopicamente isotropo sotto l'aspetto della resistenza.

In uno stato di sforzo propriamente biassiale, e cioè escludente un ristretto intervallo del rapporto di sforzo principale in prossimità dello stato di sforzo monoassiale, e sostanzialmente nell'intervallo 0.2-1, il comportamento a rottura della muratura può essere modellato dall'ellisse di Eq. (5) per $\alpha=1.15$.

Per un esteso campo di resistenze (17-96 MPa), il comportamento a rottura del conglomerato nello stato di sforzo di compressione biassiale può essere descritto dalla stessa ellisse di Eq. (5) per $\alpha=1.15$. Tale ellisse esprime anche, in forma unificata e generalizzata, la condizione di rottura nello stato di sforzo di compressione biassiale, sia per la muratura che per il conglomerato.

Attraverso l'analisi dei risultati sperimentali disponibili per il conglomerato nello stato di sforzo di compressione triassiale, è stata fornita una stima della resistenza a compressione idrostatica. Infine, si è ipotizzata una forma possibile della superficie di rottura nello spazio degli sforzi principali.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Page A.W.: The biaxial compressive strength of brick masonry; *Proc. Instn. Of Civ. Engrs.*, Part 2, Instn. of Civ. Engrs., London, England, 71, pp.893-906 (1981).
- [2] Page A.W.: The strength of brick masonry under biaxial compression-tension; *Int. J.Masonry Constr.*, 3(1), pp. 26-31 (1983).
- [3] Bortolotti L.: Influence of concrete tensile ductility on compressive strength of confined columns; *J. Mat.in Civ. Engrn.*, ASCE, 6(4), pp. 542-563 (1994).
- [4] Naraine K., Sinha S.: Cyclic behavior of brick masonry under biaxial compression; *J.of Struct. Engineering*, 17(5), pp. 1336-1355 (1991)
- [5] Alshebani M.M., Sinha S.N.: Stress-strain characteristics of brick masonry under cyclic biaxial compression; *J. Struct. Engng.*, ASCE, 126(9), pp. 1004-1007 (2000).
- [6] Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H.: Behavior of concrete under biaxial stresses; *ACI Journal*, 66(52), pp. 656-666 (1969).
- [7] Mills L.L., Zimmerman R.M.: Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions; *ACI Journal*, 66(47), pp. 802-807 (1970).
- [8] Lan S., Guo Z.: Biaxial compression behavior of concrete under repeated loading; *J. of Mat. In Civ. Engng.*, 11(2), pp. 105-115 (1999).
- [9] Hussein A., Marzouk H.: Behavior of high-strength concrete under biaxial stresses; *ACI Materials Journal*, 97(1), pp. 27-36 (2000).
- [10] Gardner N.: Triaxial behavior of concrete; *ACI Journal*, 66(15), pp. 136-146 (1969).
- [11] Palaniswamy R., Shah S.P. : Fracture and stress-strain relationship of concrete under triaxial compression; *J. Struct. Div.*, ASCE, 100(5), No. St5, pp. 901-916 (1974).
- [12] Ansari F., Li Q.: High concrete subjected to triaxial compression; *ACI Materials Journal*, 95(6), pp. 747-755 (1998).
- [13] Li Q., Ansari F.: High-strength concrete in triaxial compression by different sizes of specimens; *ACI Mateials Journal*, 97(6), pp. 684-689 (2000).
- [14] Candappa D.C., Sanjayan J.G., Setunge S.: Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete; *J. of Mat. In Civ. Engng.*, 13(3), pp. 209-215 (2001).
- [15] Attard M.M., Setunge S.:Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete; *ACI Mat. J.*, 93(5), pp. 432-442 (1996).
- [16] Dahl K. K. B.: A constitutive model for normal and high strength concrete; *Project 5, Rep. 5.7*, American Concrete Institute, Detroit, (1992).
- [17] Dahl K.K.B.: A failure criterion for normal and high strength concrete; *Project 5, Rep. 5.6*, American Concrete Institute, Detroit, (1992).
- [18] Xie J., Elwi A.E., MacGregor J.G.: Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica-fume; *ACI Mat. J.*, 92(2), pp. 135-145 (1995).